

I. *Ueber die wissenschaftliche Bestimmung der musikalischen Temperatur*¹⁾;
von Moritz Wilhelm Drobisch,
Prof. an der Universität zu Leipzig.

Unsere heutige Musik ruht bekanntlich auf einem System von 21 im Umfang einer Octave enthaltenen Tönen, den Haupttönen *C, D, E, F, G, A, H*, den erhöhten Tönen *C*, D*, E*, F*, G*, A*, H** und den erniedrigten Tönen *C♭, D♭, E♭, F♭, G♭, A♭, H♭*. Man nimmt gewöhnlich an, daß die beiden letzten Tonreihen in gleicher Reinheit und Schärfe wie die Haupttöne sich durch einfache rationale Verhältnisse ihre Schwingungsmengen zu der des Grundtons *C* fixiren lassen, und daß nur die Einrichtung solcher Instrumente, die, wie die Tasteninstrumente, auf eine geringere Anzahl festbestimmter Töne beschränkt sind, zur Reduction jener 21 Töne auf eine Minderzahl (gewöhnlich 12) und damit zu einer Abänderung ihrer reinen Verhältnisse, zu einer *Temperatur* nöthige, wobei es darauf ankommt, solche Abweichungen von der Reinheit zu finden, die dem musikalischen Gehör entweder unmerklich oder doch erträglich sind. Es soll jedoch hier versucht werden zu zeigen, daß jene Annahme von einer möglichen Fixirung der erhöhten und erniedrigten Töne in absoluter Reinheit irrig ist, daß die bekannten akustischen Zahlenbestimmungen über ihre Höhe einen nur sehr *rela-*

1) Der nachfolgende Aufsatz ist kein bloßer Auszug aus meiner größeren Abhandlung »über musikalische Tonbestimmung und Temperatur« (Leipz. 1852), sondern eine größtentheils neue und kürzere Begründung derjenigen darin enthaltenen Sätze, von welchen ich glaube, daß sie von einigem physikalischen Interesse seyn können. D.

tiven Werth haben, und dafs der angegebene Begriff der musikalischen Temperatur zu eng gefafst ist, vielmehr bei einer Annahme von 21 *fixen* Tönen irgend eine Temperatur unter allen Umständen unvermeidlich wird, daher der Begriff der Temperatur eine höhere Bedeutung hat als die eines Nothbehelfs für beschränkte Instrumente. Es sollen endlich die verschiedenen möglichen Arten von Temperatur in gröfserer Vollständigkeit, als es bisher geschehen, wissenschaftlich nachgewiesen werden.

Setzt man die Schwingungsmenge des Grundtons $= 1$, so ist, wie bekannt, die der Octave, Quinte, Quarte, grofsen und kleinen Terz etc. resp. $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}$ u. s. w. Alle in der Musik vorkommende Tonverhältnisse lassen sich aber auf die *drei* Tonverhältnisse der Octave, Quinte und grofsen Terz zum Grundton zurückführen. Es genügt dem vorliegenden Zwecke diels an denjenigen Tönen nachzuweisen, welche die Tonleitern unserer Dur- und Molltonarten bilden und die wir daher scalenbildende Töne nennen wollen. Bezeichnet man nämlich allgemein die relative Schwingungszahl der Exponenten (das Schwingungsverhältnifs) der Octave durch O , die der Quinte durch Q und die der grofsen Terz durch T , so werden die relativen Schwingungszahlen der übrigen scalenbildenden Töne wie folgt auszudrücken seyn:

gr. Secunde: $\frac{9}{8} = \frac{Q^2}{O}$; kl. Terz: $\frac{6}{5} = \frac{Q}{T}$; Quarte: $\frac{4}{3} = \frac{O}{Q}$;
 kl. Sexte: $\frac{8}{5} = \frac{O}{T}$; gr. Sexte: $\frac{5}{3} = \frac{OT}{Q}$; kl. Sept.: $\frac{7}{6} = \frac{O^2}{Q^2}$;
 gr. Septime: $\frac{15}{8} = QT$.

Hiernach besteht nun die reine diatonische Durtonleiter aus einer Reihe von Tönen, deren relative Schwingungszahlen allgemein durch folgende Ausdrücke gegeben sind:

$$1, \frac{Q^2}{O}, T, \frac{O}{Q}, Q, \frac{OT}{Q}, QT.$$

Ebenso ist das allgemeine Schema der reinen Molltonleiter im gewöhnlichen Sinne, wie sie (als absteigende) durch die Vorzeichnung gegeben ist:

$$1, \frac{Q^3}{O}, \frac{Q}{T}, \frac{O}{Q}, Q, \frac{O}{T}, \frac{O^2}{Q^2}.$$

Mittels dieser beiden Schemata lassen sich nun zunächst die relativen Schwingungszahlen aller der Töne bestimmen, welche diejenigen Dur- und Molltonarten bilden, deren Grundtöne die sieben Haupttöne *C, D, E* etc. sind. Es ist nämlich, wenn wir durch *C, D, E* etc. die diesen Tönen zugehörigen relativen Schwingungszahlen bezeichnen, zuerst

$$\text{für } C\text{-dur: } C=1, D=\frac{Q^2}{O}, E=T, F=\frac{O}{Q}, G=Q,$$

$$A=\frac{OT}{Q}, H=QT.$$

Hieraus folgt, wenn man diese Werthe der Reihe nach mit $Q=G$ multiplicirt,

$$\text{für } G\text{-dur: } G=Q, A=\frac{Q^3}{O}, H=QT, c=O, d=Q^2,$$

$$e=OT, f^*=Q^2T.$$

Auf ähnliche Weise erhält man weiter

$$\text{für } D\text{-dur: } D=\frac{Q^2}{O}, E=\frac{Q^4}{O^2}, F^*=\frac{Q^3T}{O}, G=Q, A=\frac{Q^3}{O},$$

$$H=QT, c^*=\frac{Q^3T}{O};$$

$$\text{für } A\text{-dur: } A=\frac{OT}{Q}, H=QT, c^*=\frac{OT^2}{Q}, d=\frac{O^2T}{Q^2},$$

$$e=OT, f^*=\frac{O^2T^2}{Q^2}, g^*=OT^2;$$

$$\text{für } E\text{-dur: } E=T, F^*=\frac{Q^2T}{O}, G^*=T^2, A=\frac{OT}{Q},$$

$$H=QT, c^*=\frac{OT^2}{Q}, d^*=QT^2;$$

$$\text{für } H\text{-dur: } H=QT, c^*=\frac{Q^3T}{O}, d^*=QT^2, e=OT,$$

$$f^*=Q^2T, g^*=OT^2, a^*=Q^2T^2;$$

$$\text{für } F\text{-dur: } F=\frac{O}{Q}, G=Q, A=\frac{OT}{Q}, H^*=\frac{O^2}{Q^2}, c=O,$$

$$d=\frac{O^2T}{Q^2}, e=OT.$$

Ebenso ergeben sich mittels des vorstehenden Schema's der Molltonleiter

für A-moll: $A = \frac{OT}{Q}$, $H = QT$, $c = O$, $d = \frac{O^2 T}{Q^2}$,

$e = OT$, $f = \frac{O^2}{Q}$, $g = \frac{O^3 T}{Q^3}$;

für D-moll: $D = \frac{Q^2}{O}$, $E = \frac{Q^3}{O^2}$, $F = \frac{Q^3}{OT}$, $G = Q$,

$A = \frac{Q^3}{O}$, $H = \frac{Q^2}{T}$, $c = O$;

für G-moll: $G = Q$, $A = \frac{Q^3}{O}$, $H = \frac{Q^2}{T}$, $c = O$, $d = Q^2$,

$e = \frac{OQ}{T}$, $f = \frac{O^2}{Q}$;

für C-moll: $C = 1$, $D = \frac{Q^2}{O}$, $E = \frac{Q}{T}$, $F = \frac{O}{Q}$,

$G = Q$, $A = \frac{O}{T}$, $H = \frac{O^2}{Q^2}$;

für F-moll: $F = \frac{O}{Q}$, $G = Q$, $A = \frac{O}{T}$, $H = \frac{O^2}{Q^2}$,

$c = O$, $d = \frac{O^2}{QT}$, $e = \frac{O^2}{Q^2}$;

für H-moll: $H = QT$, $c = \frac{Q^3 T}{O}$, $d = Q^2$, $e = OT$,

$f = Q^2 T$, $g = OQ$, $a = \frac{O^2 T}{Q}$;

für E-moll: $E = T$, $F = \frac{Q^2 T}{O}$, $G = Q$, $A = \frac{OT}{Q}$,

$H = QT$, $c = O$, $d = \frac{O^2 T}{Q^2}$.

Reducirt man nun in allen diesen zwölf Tonarten die in den Bereich der zweiten Octave fallenden, mit kleinen Buchstaben bezeichneten, Werthe durch Division mit O auf den Umfang der ersten Octave, so zeigt es sich, dafs die hierdurch sich ergebenden relat. Schwingungszahlen der erhöhten und erniedrigten Töne nicht durchgängig dieselben sind, sondern zum Theil, je nach den verschiedenen Tonarten, in denen sie vorkommen, verschiedene Werthe haben. Es ist nämlich

$C^* = \frac{Q^2 T}{O^2} = \frac{1 \frac{3}{4}}{1 \frac{3}{8}}$ in D-dur, H-dur, H-moll;

$= \frac{T^2}{Q} = \frac{2 \frac{5}{4}}{2 \frac{5}{4}}$ in A-dur und E-dur;

$D^* = \frac{QT^2}{O} = \frac{7 \frac{5}{4}}{6 \frac{3}{4}}$ in E-dur und H-dur;

$$F^{\sharp} = \frac{Q^{\sharp} T}{O} = \frac{4^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} \text{ in } G\text{-dur, } E\text{-dur, } D\text{-dur, } H\text{-dur,} \\ H\text{-moll, } E\text{-moll;}$$

$$= \frac{O T^{\sharp}}{Q^{\sharp}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{1^{\frac{1}{2}}} \text{ in } A\text{-dur;}$$

$$G^{\sharp} = T^{\sharp} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{1^{\frac{1}{2}}} \text{ in } A\text{-dur, } E\text{-dur, } H\text{-dur;}$$

$$A^{\sharp} = \frac{Q^{\sharp} T^{\sharp}}{O} = \frac{2^{\frac{2}{2}} 2^{\frac{5}{2}}}{1^{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}}} \text{ in } H\text{-dur;}$$

$$D^{\flat} = \frac{O}{Q T} = \frac{1^{\frac{6}{3}}}{1^{\frac{1}{3}}} \text{ in } F\text{-moll;}$$

$$E^{\flat} = \frac{Q}{T} = \frac{6}{8} \text{ in } G\text{-moll und } C\text{-moll;}$$

$$= \frac{O^{\flat}}{Q^{\flat}} = \frac{3^{\frac{2}{2}}}{2^{\frac{2}{2}}} \text{ in } F\text{-moll;}$$

$$A^{\flat} = \frac{O}{T} = \frac{8}{3} \text{ in } C\text{-moll und } F\text{-moll;}$$

$$H^{\flat} = \frac{O^{\flat}}{Q^{\flat}} = \frac{1^{\frac{6}{3}}}{6} \text{ in } F\text{-dur, } C\text{-moll, } F\text{-moll;}$$

$$= \frac{Q^{\flat}}{T} = \frac{9}{3} \text{ in } D\text{-moll und } G\text{ moll.}$$

Aber auch die *Haupttöne* nehmen an diesen durch die Forderung *reiner* Scalen bedingten schwankenden Bestimmungen Theil. Denn es ist

$$D = \frac{Q^{\flat}}{O} = \frac{9}{8} \text{ in } C\text{-dur, } G\text{-dur, } D\text{-dur, } D\text{-moll,} \\ G\text{-moll, } C\text{-moll, } H\text{-moll;}$$

$$= \frac{O T}{Q^{\flat}} = \frac{1^{\frac{10}{5}}}{9} \text{ in } A\text{-dur, } F\text{-dur, } A\text{-moll, } E\text{-moll;}$$

$$E = T = \frac{5}{4} \text{ in } C\text{-dur, } G\text{-dur, } A\text{-dur, } H\text{-dur, } F\text{-dur,} \\ A\text{-moll, } H\text{-moll;}$$

$$= \frac{Q^{\flat}}{O^{\flat}} = \frac{8^{\frac{1}{4}}}{6^{\frac{1}{4}}} \text{ in } D\text{-dur und } D\text{-moll;}$$

$$F = \frac{O}{Q} = \frac{4}{3} \text{ in } C\text{-dur, } G\text{-dur, } A\text{-moll, } G\text{-moll, } C\text{-moll;}$$

$$= \frac{Q^{\flat}}{O T} = \frac{2^{\frac{2}{2}} 7}{2^{\frac{2}{2}} 6} \text{ in } D\text{-moll;}$$

$$G = Q = \frac{3}{2} \text{ in } C\text{-dur, } G\text{-dur, } F\text{-dur, } D\text{-moll, } C\text{-moll,} \\ F\text{-moll, } H\text{-moll, } E\text{-moll;}$$

$$= \frac{O^{\flat} T}{Q^{\flat}} = \frac{4^{\frac{10}{5}}}{2^{\frac{2}{2}} 7} \text{ in } A\text{-moll;}$$

$$A = \frac{OT}{Q} = \frac{5}{3} \text{ in } C\text{-dur, } E\text{-dur, } F\text{-dur, } H\text{-moll, } E\text{-moll;} \\ = \frac{Q^3}{O} = \frac{27}{16} \text{ in } G\text{-dur, } D\text{-dur, } D\text{-moll, } G\text{-moll;} \\ H = QT = \frac{15}{8} \text{ in } C\text{-dur, } G\text{-dur, } D\text{-dur, } A\text{-dur, } E\text{-dur,} \\ A\text{-moll, } E\text{-moll.}$$

Es leuchtet von selbst ein, dafs, je nachdem man den einen oder den anderen der erhaltenen Doppelwerthe der erhöhten und erniedrigten Töne annimmt, in den Tonarten, deren Grundtöne sie sind, die zugehörigen scalenbildenden Töne wieder doppelte Werthe erhalten müssen. So wird in *Fis*-dur, wenn

$$F^\# = \frac{Q^3 T}{O}, G^\# = \frac{Q^4 T}{O^2} = \frac{405}{256}, E^\# = \frac{Q^5 T^2}{O^3} = \frac{675}{512};$$

dagegen, wenn

$$F^\# = \frac{OT^2}{Q^3}, G^\# = T^2 = \frac{25}{16}, E^\# = \frac{T^3}{Q} = \frac{125}{96};$$

man erhält überdies die neuen Werthe

$$D^\# = \frac{OT^3}{Q^3} = \frac{125}{108}, A^\# = \frac{OT^3}{Q^3} = \frac{125}{72}, H = \frac{O^3 T^2}{Q^3} = \frac{50}{27}.$$

Ebenso wird in *Cis*-dur, wenn

$$C^\# = \frac{Q^3 T}{O^3}, D^\# = \frac{Q^5 T}{O^3} = \frac{10125}{1024}, H^\# = \frac{Q^4 T^2}{O^3} = \frac{2025}{1024};$$

wenn aber

$$C^\# = \frac{T^3}{Q}, D^\# = \frac{QT^2}{O} = \frac{75}{64}, H^\# = T^3 = \frac{125}{64}.$$

In gleicher Weise wird in *Es*-moll, wenn

$$E^\flat = \frac{Q}{T}, G^\flat = \frac{Q^2}{T^2} = \frac{36}{25}, A^\flat = \frac{O}{T} = \frac{8}{3}, c^\flat = \frac{OQ}{T^2} = \frac{48}{125},$$

$$D^\flat = \frac{O}{QT} = \frac{16}{15};$$

wenn aber

$$E^\flat = \frac{O^3}{Q^3}, G^\flat = \frac{O^3}{Q^3 T} = \frac{54}{125}, A^\flat = \frac{O^3}{Q^3} = \frac{125}{81}, c^\flat = \frac{O^3}{Q^3 T} = \frac{256}{1125},$$

$$D^\flat = \frac{O^3}{Q^3} = \frac{256}{147}.$$

Endlich wird in *As*-dur

$$\text{wenn } A^\flat = \frac{O}{T}, F^\flat = \frac{O}{T^2} = \frac{32}{27};$$

dagegen wenn $A^b = \frac{O^3}{Q^1}$, wie in *Es-moll* möglich, $F^b = \frac{O^3}{Q^1 T} = \frac{5}{3} \frac{1}{6} \frac{2}{3}$, u. s. f.

Hieraus geht nun überzeugend hervor, daß es unmöglich ist, für jeden der 21 Töne der Musik eine feste relative Schwingungszahl von der Beschaffenheit zu finden, daß, wenn man successiv jeden dieser Töne zum Grundton macht, in allen Tonarten *reine*, d. h. aus reinen Secunden, Terzen, Quartan u. s. w. bestehende Dur- und Mollscalen erhalten werden. Der Grund hiervon ist, daß die Bestimmung der Höhe eines Tons durch die relative Schwingungszahl immer von der Definition seiner Lage gegen einen anderen schon bestimmten Ton abhängt, für alle Töne aber mehr als eine solche Definition möglich ist. Es ist z. B. *A* in *C-dur* die große Sexte von *C*, daher, wenn $C = 1$, $A = \frac{5}{3}$; ebenso in *C-dur* *D* die große Secunde von *C*, also $D = \frac{9}{8}$. Es ist aber auch in *D-dur* *A* die Quinte von *D*, daher hier $A = \frac{3}{2} \cdot D = \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{16}$, was mit der Bestimmung durch *C-dur* im Widerspruch steht. Ebenso ist $F^{\#}$ in *G-dur* die untere Octave der großen Septime von *G*, also, wenn $G = \frac{3}{2}$, $f^{\#} = \frac{15}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{45}{16}$, folglich $F^{\#} = \frac{45}{32}$. Es ist aber zugleich in *A-dur* $F^{\#}$ die untere Octave der großen Sexte von *A*, daher, wenn $A = \frac{5}{3}$, $f^{\#} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{9}$, folglich $F^{\#} = \frac{25}{18}$, im Widerspruch mit der vorigen Bestimmung. Es ist demnach, wie schon bemerkt, unmöglich die 21 Töne so zu fixiren, daß sie in allen Tonarten zugleich *reine* Scalen geben; man wird vielmehr für sie nur solche Zahlenwerthe auffinden können, bei denen entweder nur einige Tonarten völlig rein sind, die Scalen der übrigen dagegen von der Reinheit an einer oder mehreren Stellen abweichen, oder durch welche die Scalen aller Tonarten zugleich eine gleichförmige Verminderung ihrer Reinheit erleiden. Bekanntlich nennt man nun die erstere Modification der reinen Tonverhältnisse die *ungleichschwebende*, die zweite die *gleichschwebende Temperatur*. Es muß daher nach dem Vorstehenden, auch wenn noch gar nicht von einer Reduction der 21 Töne auf 12 die Rede ist, zur Herstellung der Scalen der Tonarten in

einigen oder allen eine Modification der Tonverhältnisse der *reinen* Secunden, Terzen, Quarten u. s. w. nothwendigerweise eintreten und es ist voller Grund vorhanden, diese als eine Temperirung der reinen Tonverhältnisse zu bezeichnen, wovon die Reduction der Zahl der 21 Töne auf eine Minderzahl nur ein besonderer Fall ist.

Es erhebt sich nun aber die Frage, *welche* von den verschiedenen Werthbestimmungen der scalenbildenden 21 Töne *als vorzugsweise gültig* angesehen werden sollen. Die musikalischen Theoretiker und Akustiker haben sich bei der Entscheidung dieser Frage, wie es scheint, überwiegend von der Vorliebe für die möglichst einfachen Zahlenverhältnisse leiten lassen. Sie haben für die sieben Haupttöne diejenigen Schwingungsverhältnisse als die *absolut* gültigen angenommen, die denselben in *C*-dur zukommen, von den verschiedenen Schwingungsverhältnissen der erhöhten und erniedrigten Töne aber der großen Mehrzahl nach denjenigen den Vorzug gegeben, welche aus einfacheren Zahlen bestehen. Hierdurch ist folgende bekannte Tafel entstanden:

$C^\sharp = \frac{25}{24} = \frac{T^2}{Q}$	$G^\flat = \frac{36}{5} = \frac{Q^2}{T}$
$D^\flat = \frac{16}{13} = \frac{O}{QT}$	$G = \frac{3}{2} = Q$
$D = \frac{9}{8} = \frac{Q^2}{O}$	$G^\sharp = \frac{25}{16} = T^2$
$D^\sharp = \frac{128}{108} = \frac{OT^3}{Q^3}$	$A^\flat = \frac{8}{5} = \frac{O}{T}$
$E^\flat = \frac{6}{5} = \frac{Q}{T}$	$A = \frac{5}{3} = \frac{OT}{Q}$
$E = \frac{5}{4} = T$	$A^\sharp = \frac{125}{72} = \frac{OT^3}{Q^2}$
$F^\sharp = \frac{32}{25} = \frac{O}{T^2}$	$H^\flat = \frac{16}{9} = \frac{O^2}{Q^3}$
$F = \frac{4}{3} = \frac{O}{Q}$	$H = \frac{15}{8} = QT$
$F^\flat = \frac{25}{18} = \frac{OT^2}{Q^2}$	$C^\flat = \frac{48}{5} = \frac{OQ}{T}$

Nur die Werthe von D^\sharp und H^\flat sind hier den kleineren

Verhältniszahlen $D^* = \frac{75}{64} = \frac{QT^2}{O}$ und $H^* = \frac{9}{8} = \frac{Q^2}{T}$ vorgezogen. Dafs manche Akustiker $D = \frac{10}{9}$, $A = \frac{27}{16}$ setzen und dgl., ist uns bekannt; nur ist es ein sehr oberflächliches Urtheil, wenn man glaubt, dafs solche Unterschiede zu gering seyen, als dafs sie in Betracht kommen könnten. E^* und H^* sind in dieser Tafel, vermuthlich weil sie seltener zur Anwendung kommen, übergangen.

Um den Werth dieser Bestimmungen zu prüfen, wollen wir untersuchen, in wie weit die daraus für die verschiedenen Tonarten sich ergebenden Dur- und Mollscalen rein, und wie grofs die Abweichungen von der Reinheit der Tonverhältnisse sind, welche sie enthalten. Wir beschränken uns hierbei auf die 24 gebräuchlichen Tonarten. Zu diesem Zwecke hat man nur nöthig, aus der Tafel die den Tönen jeder Tonart entsprechenden Werthe auszuheben, sie, wo es nöthig, durch Multiplication mit O um eine Octave zu erhöhen, und mit der Zahl des jedesmaligen Grundtons die Zahlen der übrigen die Scale der Tonart bildenden Töne zu dividiren. Man erhält auf diese Weise offenbar die Verhältniszahlen, welche in der betreffenden Tonart, je nachdem sie eine Dur- oder Molltonart ist, resp. der grofsen Secunde, grofsen Terz, Quarte u. s. w. oder der grofsen Secunde, kleinen Terz, Quarte u. s. w. zukommen. Es giebt z. B. für E -dur die Tafel:

$$E = T, F^* = \frac{OT^2}{Q^2}, G^* = T^2, A = \frac{OT}{Q}, H = QT, \\ c^* = \frac{OT^2}{Q}, d^* = \frac{O^2T^3}{Q^3}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{F^*}{E} = \frac{OT}{Q^2}, \frac{G^*}{E} = T, \frac{A}{E} = \frac{O}{Q}, \frac{H}{E} = Q, \frac{c^*}{E} = \frac{OT}{Q}, \\ \frac{d^*}{E} = \frac{O^2T^3}{Q^3},$$

als die in E -dur resp. der gr. Secunde, gr. Terz, Quarte u. s. w. zukommenden Verhältniszahlen. Auf diese Weise erhält man folgende zwei Tafeln.

I. Dur.

Grund- ton.	gr. Se- cunde.	gr. Terz.	Quarte.	Quinte.	gr. Sexte.	gr. Sep- time.
C	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
G	$\frac{OT}{Q^2}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$
D	$\frac{Q^2}{OT}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^4}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{OT}{Q}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$
A	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{OT}{Q^2}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
E	$\frac{OT}{Q^2}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$
H	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^4}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{OT}{Q}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$
F	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{Q}$		$\frac{Q^2}{O}$	QT
H ^b	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q^4}{O^2}$	$\frac{OT}{Q^2}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT
E ^b	$\frac{OT}{Q^2}$	T	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{OT}{Q}$	QT
A ^b	$\frac{OT}{Q^2}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
D	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{OT}{Q^2}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
G ^b	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^4}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{OT}{Q}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$

II. Moll.

Grund- ton.	gr. Se- cunde.	kl. Terz.	Quarte.	Quinte.	kl. Sexte.	kl. Sep- time.
A	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q^2}{OT}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
E	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
H	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
F [#]	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q^2}{OT}$	Q	$\frac{Q^4}{OT^2}$	$\frac{Q^2}{T}$
C [#]	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
G [#]	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$

Grund- ton.	gr. Se- cunde.	kl. Terz.	Quarte.	Quinte.	kl. Sexte.	kl. Sep- time.
D	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
G	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
C	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
F	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
H ^a	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q^2}{OT}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{Q^2}{OT}$	$\frac{Q^2}{T}$
E ^a	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$

Diese beiden Tafeln zeigen nun für die in den Scalen vor-
kommenden Tonverhältnisse folgende verschiedene Werthe:

gr. Sec.	kl. Terz.	gr. Terz.	Quarte.	Quinte.	kl. Sexte.	gr. Sexte.	kl. Sep- time.	gr. Sep- time.
$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	T	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O}{T}$	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q^2}{T}$	$\frac{QT}{O^2 T^2}$
$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$	$\frac{Q^2}{OT}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{Q^2}{OT^2}$	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{O^2}{Q^2}$	$\frac{O^2 T^2}{Q^2}$

Die in der ersten Zeile enthaltenen Ausdrücke stellen die reinen Verhältnisse dar, die in der zweiten und dritten Zeile weichen von der Reinheit ab. Dividirt man mit den Werthen der zweiten Zeile die darüberstehenden, so erhält man die verhältnißmäßige Größe der Abweichung der Werthe der zweiten Zeile von der Reinheit. Sie beträgt bei der großen Secunde, kleinen und großen Terz, Quinte, kleinen und großen Septime $\frac{Q^2}{O^2 T} = \frac{3}{8}$, die Verhältnißzahl des syntonischen Komma, bei der Quarte, kleinen und großen Sexte das Reciproke davon $\frac{O^2 T}{Q^2} = \frac{8}{3}$. Eben so giebt die Division der Werthe der ersten Zeile durch die der dritten für die große Terz $\frac{O^2 T}{Q^2} = \frac{3}{8}$, für die kleine

Sexte $\frac{Q^3}{O^2 T} = \frac{81}{80}$. In den geprüften 24 Tonarten sind also die von der Reinheit abweichenden Töne um ein syntonisches Komma theils zu hoch, theils zu tief. Die Tonarten ordnen sich hiernach hinsichtlich ihrer Reinheit, wie folgt:

I. Dur.

C, völlig rein;
A^b, gr. Secunde zu tief;
F, gr. Sexte zu hoch,
A, *D*^b, Quarte zu tief;
E, *G*, gr. Secunde und gr. Septime zu tief;
E^b, gr. Secunde und Quinte zu tief;
H^b, gr. Terz, Quarte und gr. Sexte zu hoch;
D, *H*, *G*^b, gr. Secunde, gr. Terz, Quinte und gr. Septime zu tief.

II. Moll.

C, völlig rein;
F, kl. Septime zu hoch;
E, *C*[#], gr. Secunde zu tief, kl. Septime zu hoch;
G, gr. Secunde und kleine Terz zu tief;
A, Quarte und kl. Septime zu hoch;
H, *G*[#], *E*^b, gr. Secunde und Quinte zu tief;
F[#], *H*^b, Quarte, kl. Sexte und kl. Septime zu hoch;
D, gr. Secunde, kl. Terz, Quinte und kl. Sexte zu tief.

Nach den bisher als gültig anerkannten akustischen Bestimmungen der Tonhöhen ist also in jedem von beiden Tongeschlechtern eine einzige Tonart rein, alle übrigen aber weichen um die, zumal bei den Quinten und Quarten, höchst bemerkliche Gröfse eines syntonischen Komma von der Reinheit ab. Wenn nun, nach Delezenne, das Ohr des Musikers bei zwei gleichzeitigen um das Intervall einer Quinte entfernten Tönen noch eine Differenz von 0,1461 des syntonischen Komma, bei der grofsen Terz eine Differenz von 0,284 desselben Komma, und selbst das ungeübte Ohr die Hälfte dieser Gröfsen zu unterscheiden vermag, so fehlt viel daran, dafs diese akustischen Bestimmun-

gen die Elemente zu einer dem Ideal der Reinheit sich auch nur einigermaßen nähernden Musik darböten. Man hat zwar in der partiellen Unreinheit die charakteristische Eigenthümlichkeit gewisser Tonarten zu finden geglaubt, jedenfalls aber haben alle Abweichungen von der Reinheit ihre Gränzen, die nicht überschritten werden dürfen, ohne zu mißfälligen Tonverbindungen zu führen. Die ganze Behauptung aber scheint des Beweises sehr zu bedürfen, denn die Tonarten behalten auch ihren eigenthümlichen Charakter noch auf unseren nach gleichschwebender Temperatur gestimmten Pianoforten, wo also eine Tonleiter vollkommen dieselben Verhältnisse hat wie die anderen.

Zwar nicht geringere Abweichungen einzelner Töne von der Reinheit, aber eine gröfsere Anzahl theils völlig reiner, theils in der Mehrzahl der Töne reiner Tonarten erhält man auf folgendem Wege. Die reine *C*-durscale enthält drei verschiedene Tonstufen, den grofsen ganzen Ton, den kleinen ganzen und den halben Ton, deren Verhältniszahlen resp. $\frac{Q^2}{O} = \frac{9}{8}$, $\frac{OT}{Q^2} = \frac{10}{9}$ und $\frac{O}{QT} = \frac{16}{15}$ sind, die wir zur Abkürzung durch *m*, *n*, *p* bezeichnen wollen ¹⁾. In der *C*-durscale kommt *m* dreimal, *n* und *p* zweimal vor, und zwar in folgender Ordnung:

<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>A</i>	<i>H</i>	<i>c</i>
<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>p</i>	

Diese Stufenfolge ist also der reinen Durscale eigenthümlich. Wir können uns nun folgende Aufgabe stellen: bei festgehaltener Reinheit der Haupttöne die erhöhten und erniedrigten Töne so zu bestimmen, daß jede Tonleiter in Dur und Moll eine Stufenfolge enthält, die, wie die der reinen Durtonleiter, aus drei grofsen ganzen, zwei kleinen ganzen und zwei halben Tönen besteht, von denen die

1) In den zuvor entwickelten Scalen kommt zum Theil außer diesen drei

Tonstufen noch die Stufe $\frac{Q^3}{OT^2} = \frac{27}{25}$, das grofse Limma vor, z. B. in

D-dur zwischen *E* und *F*, und zwischen *c*[#] und *d*, in *H*-dur zwischen *d*[#] und *e* und zwischen *a*[#] und *b*, u. s. f. Es vertritt die Stelle des halben Tones $\frac{16}{15}$, den es um das syntonische Komma $\frac{81}{80}$ übertrifft.

letzteren in Dur stets die dritte und siebente, in Moll die zweite und fünfte Stelle einnehmen müssen. Diesen Bedingungen gemäß sind, wie wir sogleich näher zeigen werden, für die Tonarten aus den sieben Haupttönen folgende Stufenreihen die einzig möglichen.

I. Dur.								
C	D	E	F	G	A	H	c	
m	n	p	m	n	m	p		
G	A	H	c	d	e	f*	g	
n	m	p	m	n	m	p		
D	E	F*	G	A	H	c*	d	
n	m	p	n	m	m	p		
A	H	c*	d	e	f*	g*	a	
m	m	p	n	m	n	p		
E	F*	G*	A	H	c*	d*	e	
m	n	p	m	m	n	p		
H	c*	d*	e	f*	g*	a*	h	
m	n	p	m	n	m	p		
F	G	A	H ^b	c	d	e	f	
m	n	p	m	m	n	p		
II. Moll.								
A	H	c	d	e	f	g	a	
m	p	m	n	p	m	n		
E	F*	G	A	H	c	d	e	
m	p	n	m	p	m	n		
H	c*	d	e	f*	g	a	h	
m	p	n	m	p	n	m		
D	E	F	G	A	H ^b	c	d	
n	p	m	n	p	m	m		
G	A	H ^b	c	d	e ^b	f	g	
n	p	m	m	p	n	m		
C	D	E ^b	F	G	A ^b	H ^b	c	
m	p	n	m	p	n	m		
F	G	A ^b	H ^b	c	d ^b	e ^b	f	
m	p	n	m	p	m	n		

Um die Richtigkeit dieser Bestimmungen zu erkennen, ist zu beachten, daß fürs Erste die Stellen der beiden

halben Töne p in Dur und Moll durch die Form der Tonleitern ein für allemal bestimmt sind. Es bleibt nur übrig zu bestimmen, welche Stellen die drei m und zwei n in jeder Tonart einnehmen müssen. Ueberall nun, wo zwei Haupttöne auf einander folgen, ist ihre Zwischenstufe durch die reine C -durscale gegeben. Die zwischen den Haupttönen und erhöhten oder erniedrigten Tönen anzunehmenden Stufen ergeben sich aber, wenn man von den einfacher bezeichneten Tonarten zu denen mit zusammengesetzterer Vorzeichnung nach der vorstehenden Ordnung Schritt vor Schritt übergeht, ohne alle übrig bleibende Willkür mit Nothwendigkeit. Denn z. B. in G -dur sind nach der C -durscale die fünf ersten Stufen n, m, p, m, n . Nun muß aber die siebente Stufe (hier zwischen f^* und g) in Dur immer p einnehmen; also bleibt für die sechste (zwischen e und f^*) nur das dritte m übrig. Hiernach ist nun ferner auch in D -dur die zweite und dritte Stufe resp. m und p ; aus C -dur hat man für die erste, vierte, fünfte resp. n, n, m ; die siebente (zwischen c^* und d) muß wieder p seyn; also bleibt für die sechste (zwischen H und c^*) nur das dritte m übrig. Man sieht leicht, wie diese Schlüsse auf alle übrigen Tonarten, denen die Haupttöne zum Grunde liegen, ausgedehnt werden können.

Aus diesen beiden Tafeln erhält man nun Werthbestimmungen für die darin vorkommenden erhöhten und erniedrigten Töne, die unter einander in völliger Uebereinstimmung sind. Es ergibt sich nämlich ohne Unterschied der verwandten Tonarten

$$C^* = mH = \frac{Q^3 T}{O^2} = \frac{1 \frac{3}{2} \frac{5}{3}}, \quad D^* = \frac{E}{p} = \frac{QT^2}{O} = \frac{7}{6} \frac{5}{4},$$

$$F^* = mE = \frac{Q^2 T}{O} = \frac{4}{3} \frac{5}{2}, \quad G^* = \frac{A}{p} = T^2 = \frac{2}{1} \frac{5}{6},$$

$$A^* = \frac{H}{p} = \frac{Q^2 T^2}{O} = \frac{2}{1} \frac{2}{2} \frac{5}{3},$$

$$D^b = pC = \frac{O}{QT} = \frac{1}{1} \frac{6}{3}, \quad E^b = pD = \frac{Q}{T} = \frac{6}{3},$$

$$A^b = pG = \frac{O}{T} = \frac{8}{3}, \quad H^b = \frac{c}{m} = \frac{O^2}{Q^2} = \frac{1}{9}.$$

Um die noch übrigen erhöhten und erniedrigten Töne zu bestimmen, braucht man nur nach demselben Gesetz wie zuvor die Scalen der Tonarten zu bilden, in denen sie vorkommen. Hierzu genügen drei, nämlich *Cis-dur*, *Es-moll* und *As-moll*. Für *Cis-dur* ergibt sich sofort folgende Stufenfolge:

$$\begin{array}{cccccccc} C^\sharp & D^\sharp & E^\sharp & F^\sharp & G^\sharp & A^\sharp & H^\sharp & c^\sharp \\ n & m & p & n & m & m & p & \end{array}$$

Für *Es-moll* folgt aus den schon bestimmten Tonarten:

$$\begin{array}{cccccccc} E^\flat & F & G^\flat & A^\flat & H^\flat & c^\flat & d^\flat & e^\flat \\ n & p & m & n & p & m & m & \end{array}$$

und hieraus für *As-moll*:

$$\begin{array}{cccccccc} A^\flat & H^\flat & c^\flat & d^\flat & e^\flat & f^\flat & g^\flat & a^\flat \\ n & p & m & m & p & n & m & \end{array}$$

Man erhält aus diesen Stufenreihen

$$E^\sharp = m D^\sharp = \frac{Q^3 T^2}{O^2} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 5}{5 \cdot 1 \cdot 2}; \quad H^\sharp = m A^\sharp = \frac{Q^4 T^2}{O^3} = \frac{2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5}{1 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 4};$$

$$F^\flat = p E^\flat = \frac{O}{T^2} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5}; \quad G^\flat = p F^\flat = \frac{O^2}{Q^2 T} = \frac{6 \cdot 4}{3 \cdot 5};$$

$$c^\flat = p H^\flat = \frac{O^3}{Q^3 T} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 3 \cdot 5}.$$

Vollständig zusammengestellt und nach der Größe geordnet hat man also jetzt für die 21 Töne folgende Verhältnisszahlen:

$$C^\sharp = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{Q^3 T}{O^2}$$

$$D^\flat = \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 5} = \frac{O}{Q T}$$

$$D = \frac{9}{8} = \frac{Q^2}{O}$$

$$D^\sharp = \frac{7 \cdot 5}{6 \cdot 4} = \frac{Q T^2}{O}$$

$$E^\flat = \frac{6}{5} = \frac{Q}{T}$$

$$E = \frac{5}{4} = T$$

$$F^\flat = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{O}{T^2}$$

$$E^\sharp = \frac{6 \cdot 7 \cdot 5}{5 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{Q^3 T^2}{O^2}$$

$$F = \frac{4}{3} = \frac{O}{Q}$$

$$F^\sharp = \frac{4 \cdot 5}{5 \cdot 2} = \frac{Q^3 T}{O}$$

$$G^\flat = \frac{6 \cdot 4}{4 \cdot 5} = \frac{O^2}{Q^2 T}$$

$$G = \frac{3}{2} = Q$$

$$G^\sharp = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 5} = T^2$$

$$A^\flat = \frac{8}{5} = \frac{O}{T}$$

$$A = \frac{5}{3} = \frac{O T}{Q}$$

$$A^\sharp = \frac{2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{Q^3 T^2}{O}$$

$$H^\flat = \frac{1 \cdot 6}{9} = \frac{O^2}{Q^2}$$

$$H = \frac{1 \cdot 5}{8} = Q T$$

$$c^\flat = \frac{0 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{O^3}{Q^3 T}$$

$$H^\sharp = \frac{2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5}{1 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{Q^4 T^2}{O^2}$$

Diese Zahlen sind allerdings zum Theil weniger einfach als die gewöhnlichen, über ihren Werth kann jedoch wiederum nur die Prüfung der aus ihnen folgenden Tonleitern entscheiden. Für diese ergeben sich nun auf dem zuvor bezeichneten Wege folgende Verhältniszahlen:

I. Dur.

Grundton.	gr. Sec.	gr. Terz.	Quarte.	Quinte.	gr. Sexte.	gr. Septime.
C	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
G	$\frac{OT}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{OT}{O}$	QT
D	$\frac{Q^2}{OT}$	T	$\frac{O}{O}$	$\frac{O^2 T}{Q}$	$\frac{Q}{OT}$	QT
A	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q^2}{O^2}$	$\frac{O}{OT}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT
E	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT
H	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
F	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT
H'	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q^2}{O^2}$	$\frac{O}{OT}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT
E'	$\frac{OT}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	$\frac{O^2 T}{Q}$	$\frac{OT}{Q}$	QT
A'	$\frac{OT}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
D'	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{O}$	Q	$\frac{OT}{Q}$	QT
G'	$\frac{Q^2}{O}$	T	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{Q^2}{O}$	QT

II. Moll.

Grundton.	gr. Sec.	kl. Terz.	Quarte.	Quinte.	kl. Sexte.	kl. Septime.
A	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q^2}{OT}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
E	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
H	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{Q}$

Grundton.	gr. Sec.	kl. Terz.	Quarte.	Quinte.	kl. Sexte.	kl. Septime.
F[#]	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^3}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
C[#]	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^3}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O}{O^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
G[#]	$\frac{O}{Q^2}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{OT}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
D	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^3}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$
G	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{Q^2}{Q^2}$	$\frac{O}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{Q^2}$
C	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{Q^2}$
F	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q}{Q}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
H^b	$\frac{Q^2}{O}$	$\frac{Q}{T}$	$\frac{Q^2}{OT}$	Q	$\frac{O}{T}$	$\frac{Q^2}{T}$
E^b	$\frac{OT}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^3}$	$\frac{O}{Q}$	$\frac{O^2 T}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$	$\frac{O^2}{Q^2}$

Diese beiden Tafeln enthalten in sämtlichen vorkommenden Tonverhältnissen, mit alleiniger Ausnahme der grossen Septime, die überall rein ist, nur doppelte Werthe, von denen die unreinen, wie zuvor, um ein syntonisches Komma abweichen. Hinsichtlich der Reinheit der Tonarten aber ergeben sich folgende Resultate:

I. Dur.

- C, H, D^b**, völlig rein;
G, A^b, gr. Secunde zu tief;
E, F, G^b, gr. Sexte zu hoch;
D, E^b, gr. Secunde und Quinte zu tief;
A, H^b, gr. Terz, Quarte und gr. Sexte zu hoch.

II. Moll.

- H, C**, völlig rein;
E, F, kl. Septime zu hoch;
F[#], G, gr. Secunde und kl. Terz zu tief;
A, G[#], H^b, Quarte und kl. Septime zu hoch;
C[#], D, E^b, gr. Secunde, kl. Terz, Quinte und kl. Sexte zu tief.

Es sind also hier unter 24 Tonarten 5 völlig rein, 7 unrein an Einer Stelle, 7 unrein an zwei, 2 an drei und 3 an vier Stellen, indess nach den gewöhnlichen akustisch-musikalischen Bestimmungen der Tonverhältnisse nur 2 Tonarten völlig rein sind, 5 an Einer Stelle, 10 an zwei, 3 an drei und 4 an vier Stellen von der Reinheit abweichen ¹⁾. Es sind ferner nach den vorstehenden Bestimmungen 5 Quinten, 5 Quarten, 2 grofse und 5 kleine Terzen unrein, nach den gewöhnlichen Bestimmungen dagegen 8 Quinten, 6 Quarten, 4 grofse und 2 kleine Terzen. Unsere Werthe geben also sowohl in den empfindlichsten Tonverhältnissen als hinsichtlich der Reinheit der Scalen überhaupt bedeutend vorzüglichere Resultate als die gewöhnlich angenommenen, und die Vorliebe für einfache Zahlenverhältnisse, welche auf die Annahme der letzteren geführt zu haben scheint, erweist sich als ein unhaltbares Vorurtheil.

Alle Tonarten, auch die, welche hier nicht im Einzelnen dargestellt worden sind, enthalten nach vorstehender Bestimmungsart der Töne die grofse ganze Tonstufe *m* dreimal, die kleine *n* und die halbe *p* jede zweimal und gruppiren sich in folgende 10 Formen:

I. Dur.

(C, H, D^b): *m n p m n m p*;

(E, F, G^b): *m n p m m n p*;

(G, F[#], A^b): *n m p m n m p*;

(D, C[#], E^b): *n m p n m m p*;

(A, H^b, c^b): *m m p n m n p*.

II. Moll.

(H, C, A[#]): *m p n m p n m*;

(E, F, D[#]): *m p n m p m n*;

(G, F[#], A^b): *n p m m p n m*;

(D, C[#], E^b): *n p m n p m m*;

(A, G[#], H^b): *m p m n p m n*.

- 1) Untersucht man alle 30 Tonarten, die auf einfache Kreuze und Befeine führen, so findet sich, daß 6 Tonarten völlig rein bleiben, 9 in Einem, 9 in zwei, 3 in drei, 3 in vier Tonverhältnissen unrein sind; s. d. Vfs. Abhandlung über Tonbestimmungen etc. I. Anhang.

So befriedigend nun auch die Resultate dieses Ton-systems in Absicht auf die Zahl der völlig rein bleibenden Tonarten sind, so sind doch die Abweichungen der übrigen, namentlich da, wo sie Quinten, Quarten und Terzen betreffen, zu groß, als daß nicht die Reinheit einiger Tonarten durch die Unreinheit der anderen zu theuer erkauft schiene. Es wird daher durch diese ungleichschwebende Temperatur keineswegs die Untersuchung überflüssig gemacht, ob es nicht zu befriedigenderen Ergebnissen führe, wenn man die absolute Reinheit, die denn doch nur für einen kleinen Theil der Tonarten zu erreichen ist, völlig aufgibt und statt ihrer eine *genäherte* Reinheit für alle zu erreichen sucht. Zur Erledigung dieser Untersuchung bietet sich folgender einfache Gedanke dar. Wir haben oben gesehen, daß den erhöhten und erniedrigten Tönen in verschiedenen Tonarten verschiedene Verhältniszahlen zukommen, wenn reine Scalen entstehen sollen, ja daß dies sogar von den Haupttönen gilt. Alle diese Verhältniszahlen hängen von O , Q und T ab, von welchen Größen O unveränderlich $= 2$ ist. Sieht man aber Q und T als noch unbestimmte Größen an, so kann man versuchen sie so zu bestimmen, daß alle jene Doppelwerthe von C^* , D^* etc., D^b , E^b etc. einander gleich werden. Dies geschieht nun für alle zugleich, wenn

$$T = \frac{Q^4}{O^2} = \frac{1}{4} Q^4.$$

Denn setzt man z. B. die doppelten Werthe von C^* , $\frac{Q^3 T}{O^2}$ und $\frac{T^2}{Q}$, oder die von F^* , $\frac{Q^2 T}{O}$ und $\frac{O T^2}{Q^2}$, oder die von E^b , $\frac{Q}{T}$ und $\frac{O^2}{Q^3}$, oder die von G , Q und $\frac{O^2 T}{Q^3}$ u. s. f. einander gleich, so ergibt sich für alle gleichmäÙig die vorstehende Relation zwischen T und Q . Substituirt man nun diesen Ausdruck von T durch Q in die zuvor gefundenen allgemeinen Ausdrücke der 21 Töne, und setzt überall $O=2$, so erhält man folgendes System nur von der Quinte und Octave $= 2$ abhängiger Bestimmungen:

$$\begin{array}{ll}
 C^{\sharp} = \frac{Q^7}{2^4} & G^{\flat} = \frac{2^2}{Q^5} \\
 D^{\flat} = \frac{2^3}{Q^2} & G = Q \\
 D = \frac{Q^2}{2} & G^{\sharp} = \frac{Q^6}{2^4} \\
 D^{\sharp} = \frac{Q^9}{2^5} & A^{\flat} = \frac{2^3}{Q^4} \\
 E^{\flat} = \frac{2^3}{Q^3} & A = \frac{Q^3}{2} \\
 E = \frac{Q^4}{2^2} & A^{\sharp} = \frac{Q^{10}}{2^5} \\
 E^{\sharp} = \frac{Q^{11}}{2^6} & H^{\flat} = \frac{2}{Q^3} \\
 F^{\flat} = \frac{2^5}{Q^6} & H = \frac{Q^5}{2^2} \\
 F = \frac{2}{Q} & H^{\sharp} = \frac{Q^{12}}{2^6} \\
 F^{\sharp} = \frac{Q^6}{2^3} & c^{\flat} = \frac{2^5}{Q^7}
 \end{array}$$

Man übersieht leicht, dafs, wenn hieraus reinere Tonbestimmungen als die zuvor gefundenen sich ergeben sollen, Q nicht den Werth der reinen Quinte $\frac{3}{2}$ haben dürfe. Denn diese würde z. B. $E = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$, $H = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ geben, welche beide um ein syntonisches Komma zu hoch sind, indefs $E^{\flat} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ um ebenso viel zu tief wäre. Es wird also hier $Q < \frac{3}{2}$ anzunehmen seyn. Welchen Werth man aber auch Q geben möge, so ist zu bemerken, dafs, wenn man aus vorstehenden Bestimmungen die Tonleitern bildet, für jeden Werth von Q in *allen* Tonarten die gleichnamigen scalenbildenden Töne *dieselben* Verhältnisse zum Grundton haben. Ihre Verhältniszahlen sind nämlich für *alle* Durtonarten (mit Zufügung der Octave)

$$1, \frac{Q^2}{2}, \frac{Q^4}{2^2}, \frac{2}{Q}, Q, \frac{Q^3}{2}, \frac{Q^5}{2^2}, 2;$$

für *alle* Molltonarten

$$1, \frac{Q^2}{2}, \frac{2^2}{Q^2}, \frac{2}{Q}, Q, \frac{2^3}{Q^3}, \frac{2}{Q^2}, 2.$$

Dieses heisst mit anderen Worten: alle Werthe von Q , durch welche die vorstehenden Ausdrücke Werthe erhalten, aus denen Scalen von genäherter Reinheit folgen, geben eine gleichschwebende Temperatur. Denn es ist das charakteristische Kennzeichen einer solchen, dass in allen Tonarten die Scalen desselben Tongeschlechts völlig gleich gebaut sind. Die vorstehenden beiden Scalen sind also die allgemeinen Typen der Tonleitern bei gleichschwebender Temperatur überhaupt. Bildet man durch Division jedes Gliedes dieser Scalen durch das nächstvorhergehende die Verhältnisszahlen der Tonstufen, so erhält man für *Dur* die Reihe:

$$\frac{Q^2}{2}, \frac{Q^3}{2}, \frac{2^3}{Q^3}, \frac{Q^3}{2}, \frac{Q^3}{2}, \frac{Q^3}{2}, \frac{2^3}{Q^3};$$

für *Moll*:

$$\frac{Q^2}{2}, \frac{2^3}{Q^3}, \frac{Q^3}{2}, \frac{Q^3}{2}, \frac{2^3}{Q^3}, \frac{Q^3}{2}, \frac{Q^3}{2}.$$

Es ergeben sich hier also statt der drei Tonstufen der reinen Scalen nur zwei, die grössere $\frac{Q^2}{2}$ und die kleinere $\frac{2^3}{Q^3}$, und zwar darum, weil für $T = \frac{Q^3}{O^3}$ der grosse ganze Ton $\frac{Q^2}{O}$ dem kleinen ganzen Ton $\frac{OT}{Q^3}$ gleich wird.

Es bleibt nun noch übrig zu untersuchen, auf welche Weise für Q ein oder mehrere der Forderung nahe reiner Scalen entsprechende Werthe gefunden werden können.

Zu diesem Zwecke ist es nöthig auf einen Begriff einzugehen, der bisher, um der gewöhnlichen Betrachtung der Tonverhältnisse möglichst nahe zu bleiben, absichtlich vermieden worden ist, auf den Begriff des *Intervalls*. Obgleich schon Euler (*tentamen novae theoriae musicae* p. 73) die richtige Messung der Intervalle gelehrt hat, so scheint diese doch so in Vergessenheit gekommen zu seyn, dass, als vor mehr als vierzig Jahren allerdings kein Physiker, sondern ein Philosoph, Herbart auf anderem Wege zu derselben Maassbestimmung gelangte, sie keine Beachtung fand, vielmehr dieselbe zu den zahlreichen philosophischen Paradoxien gerechnet worden seyn mag, gegen welche die

Physiker, im Allgemeinen mit Recht, Mißtrauen hegen. Es soll nun versucht werden, diese Euler'sche Messung der Intervalle aufs Neue allgemein zu begründen ¹⁾.

Das Intervall zweier Töne A, B kann man vorläufig definiren, als die GröÙe des hörbaren Unterschiedes derselben. Dieser Unterschied ist jedoch *nicht* proportional der Differenz der absoluten Schwingungszahlen der Töne. Denn sind diese a und b , wo $b > a$ seyn mag, so sind die Schwingungszahlen ihrer oberen Octaven resp. $2a, 2b$. Drückte nun $b - a$ das Intervall von A und B aus, so würde das ihrer oberen Octaven $2b - 2a$, also doppelt so groß, ebenso das ihrer unteren Octaven halb so groß als das Intervall AB , indess doch anerkannt ist, daß alle diese Tonpaare *gleiche* Intervalle haben. Aus demselben Grunde kann das Intervall auch nicht der Differenz der relativen Schwingungszahlen der Töne proportional angenommen werden, die denselben in Bezug auf irgend einen beliebigen Grundton zukommen. Denn sey die absolute Schwingungszahl des Grundtons $= \gamma$, so wäre nach dieser Annahme das Intervall AB proportional $\frac{b}{\gamma} - \frac{a}{\gamma}$, folglich das der oberen Octaven von A und B proportional $\frac{2b}{\gamma} - \frac{2a}{\gamma}$, also wiederum doppelt so groß als AB . Aus der Gleichheit des Intervalls von AB mit denen aller oberen und unteren Octaven von A und B erhellt vielmehr, daß das Intervall eine *Function des Schwingungsverhältnisses* von A und B also von $\frac{b}{a}$ ist, welches sich nicht ändert, wenn man a und b durch dieselben ganzen Zahlen multiplicirt oder dividirt. Wir bezeichnen diese noch unbekannte Function durch $f\left(\frac{b}{a}\right)$, wo jederzeit der Nenner des Bruchs $\frac{b}{a}$ die kleinere von beiden Schwingungszahlen seyn soll. Sind

1) Ich will nicht unerwähnt lassen, daß ich zu der folgenden Darstellung, die von der in der Abhandlung über Tonbestimmung etc. gegebenen verschieden ist, durch eine Andeutung Hrn. Dr. R. Baltzer's in Dresden geführt worden bin.

nun drei Töne A, B, C gegeben, deren absolute Schwingungszahlen a, b, c sind, wo $a < b < c$ seyn mag, so wird, wie bekannt, das Intervall AC als die Summe der Intervalle AB, BC angesehen, oder es ist $AB + BC = AC$.

Da nun nach den Vorstehenden $AB = f\left(\frac{b}{a}\right)$, $BC = f\left(\frac{c}{b}\right)$, $AC = f\left(\frac{c}{a}\right)$ zu setzen ist, so folgt hieraus, daß

$$f\left(\frac{b}{a}\right) + f\left(\frac{c}{b}\right) = f\left(\frac{c}{a}\right).$$

Sind vier Töne A, B, C, D , deren absolute Schwingungszahlen resp. a, b, c, d seyn mögen, wo wieder $a < b < c < d$, so folgt auf dieselbe Weise, daß

$$f\left(\frac{b}{a}\right) + f\left(\frac{c}{b}\right) + f\left(\frac{d}{c}\right) = f\left(\frac{d}{a}\right).$$

Sind allgemein die Töne $A, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n$, deren resp. Schwingungszahlen $a < a_1 < a_2 \dots < a_{n-1} < a_n$ seyn mögen, so folgt, da die Summe der Intervalle $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ das Intervall AA_n giebt, daß

$$f\left(\frac{a_1}{a}\right) + f\left(\frac{a_2}{a_1}\right) + \dots + f\left(\frac{a_n}{a_{n-1}}\right) = f\left(\frac{a_n}{a}\right).$$

Wird nun $\frac{a_1}{a} = \frac{a_2}{a_1} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$, sind also die Intervalle $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ gleich, mithin $n \cdot AA_1 = AA_n$, so wird

$$nf\left(\frac{a_1}{a}\right) = f\left(\frac{a_n}{a}\right),$$

oder, da $\frac{a_n}{a} = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{a_2}{a_1} \dots \frac{a_n}{a_{n-1}} = \left(\frac{a_1}{a}\right)^n$,

$$nf\left(\frac{a_1}{a}\right) = f\left[\left(\frac{a_1}{a}\right)^n\right].$$

Diese Gleichung fällt aber unter die allgemeinere $nf(x) = f(x^n)$, der bekanntlich nur durch $f(x) = \log x$ Genüge geleistet wird. Es ist demnach

$$\log \frac{a_n}{a} = n \log \frac{a_1}{a}.$$

Da nun aber auch $AA_n = n \cdot AA_1$ ist, so folgt, daß

$$AA_1 : AA_n = \log \frac{a_1}{a} : \log \frac{a_n}{a},$$

d. h.: zwei Intervalle mit gemeinsamen tiefern Ton, von denen das eine ein Vielfaches des andern ist, verhalten sich wie die Logarithmen ihrer Schwingungsverhältnisse. Ist nun ebenso ein drittes Intervall $AA_n = m \cdot AA_1$, so folgt für diese Intervalle in gleicher Weise

$$AA_1 : AA_n = \log \frac{a_1}{a} : \log \frac{a_n}{a}.$$

Demnach findet zwischen den Intervallen AA_n und AA_1 die Proportion statt:

$$AA_n : AA_1 = \log \frac{a_n}{a} : \log \frac{a_1}{a}$$

d. h.: wenn die Intervalle zwischen dem Grundton A und den beiden Tönen A_n und A_1 sich wie die ganzen Zahlen m und n verhalten, so sind sie den Logarithmen der relativen Schwingungszahlen von A_n und A_1 proportional.

Es hat nun keine Schwierigkeit, zu beweisen, daß auch für vier Töne A , A_n , A_1 , A_p , deren absolute Schwingungszahlen $a < a_n < a_1 < a_p$, die Intervalle zwischen den beiden ersten und den beiden letzten Tönen, AA_n und A_1A_p , also zwei Intervalle, die außer einander liegen, sich wie die Logarithmen der relativen Schwingungszahlen ihrer höheren Töne in Bezug auf die tieferen verhalten. Denn aus der vorstehenden Proportion folgt unmittelbar

$$AA_n : AA_1 = \log \frac{a_n}{a} : \log \frac{a_1}{a}$$

$$\text{d. i.} \quad AA_n : A_nA_1 = \log \frac{a_n}{a} : \log \frac{a_1}{a_n}.$$

Wird nun A_n als gemeinsamer Grundton von A_1 und A_p angesehen, so ist aus gleichem Grunde

$$A_nA_1 : A_nA_p = \log \frac{a_1}{a_n} : \log \frac{a_p}{a_n}$$

Die Zusammensetzung beider Proportionen giebt

$$AA_n : A_nA_p = \log \frac{a_n}{a} : \log \frac{a_p}{a_n},$$

was zu erweisen war. Es sind demnach allgemein Intervalle, die sich wie zwei ganze Zahlen verhalten, den Logarithmen der relativen Schwingungszahlen ihrer höheren

Töne in Bezug auf die tieferen direct proportional. Da nun andere als rationale Verhältnisse der Intervalle nirgends in Betracht kommen, überdies aber, wenn dies der Fall wäre, sie sich immer in beliebig enge rationale Gränzverhältnisse einschließen lassen würden, so kann man ohne alle Beschränkung den Satz aufstellen: *alle Intervalle sind direct proportional den Logarithmen der relativen Schwingungszahlen, welche ihren höheren Tönen in Bezug auf die tieferen zukommen* ¹⁾.

Sey nun AA_n das Intervall zwischen dem Grundton und seiner Octave, also $\frac{a_n}{a} = 2$, so wird, wenn man dasselbe zur Einheit der Intervalle macht, jedes andere Intervall $A_n A_p$, dessen Tönen die absoluten Schwingungszahlen a_n, a_p zukommen, wenn $a_n < a_p$, in Zahlenwerthen ausgedrückt durch die Formel

$$A_n A_p = \frac{\log \frac{a_n}{a}}{\log 2},$$

was die Euler'sche Maafsbestimmung der Intervalle ist. Wendet man Logarithmen von der Basis 2 an, so wird das Intervall durch den bloßen Logarithmen der relativen Schwingungszahl ausgedrückt. Man kann in diesem Sinne nun allerdings ohne alle Paradoxie sagen: *die Gröfsen der*

- 1) Man kann eben so gut auch die tieferen Töne der Intervalle auf die höheren beziehen. Denn sind die absoluten Schwingungszahlen der vier Töne A, B, C, D resp. $a < b < c < d$, so folgt aus dem Obigen

$$AB : CD = \log \frac{b}{a} : \log \frac{d}{c}.$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \log \frac{b}{a} : \log \frac{d}{c} &= \log b - \log a : \log d - \log c \\ &= \log a - \log b : \log c - \log d \\ &= \log \frac{a}{b} : \log \frac{c}{d}; \end{aligned}$$

also auch

$$AB : CD = \log \frac{a}{b} : \log \frac{c}{d}.$$

Der oben gewählte Ausdruck ist jedoch, da er negative Logarithmen vermeidet, der bequemere.

unserem Ohr vernehmbaren Unterschiede der Töne sind die Logarithmen ihrer Schwingungsverhältnisse.

Vermöge dieses Maafses erhält man nun zunächst für die Intervalle der in die reinen Scaln eingehenden Tonverhältnisse und ihrer Ergänzungen zu der Octave folgende Zahlwerthe, deren Einheit das Intervall zwischen Octave und Grundton ist:

Intervall der kleinen Secunde = 0,09311

" " grofsen Secunde = 0,16992

" " kleinen Terz = 0,26303

" " grofsen Terz = 0,32193

" " Quarte = 0,41504

" " Quinte = 0,58496

" " kleinen Sexte = 0,67807

" " grofsen Sexte = 0,73697

" " kleinen Septime = 0,83008

" " grofsen Septime = 0,90689

Ebenso findet man

das Intervall des kleinen ganzen Tons = 0,15200

" " " syntonischen Komma $\frac{81}{80}$ = 0,01792

" " " grofsen Limma $\frac{27}{25}$ = 0,11103

u. s. f.

Da ferner das Intervall des grofsen ganzen Tons oder der grofsen Secunde sehr nahe = 0,17 ist, so ist in allen Intervallwerthen 0,01 des Octavenintervalls gleichbedeutend mit $\frac{1}{17}$ des grofsen ganzen Tons (den wir in der Folge immer abgekürzt durch g. T. bezeichnen werden). Man erhält hierdurch für kleine Tonunterschiede unmittelbar fafsliche Bestimmungen. So ist z. B. das Intervall des kleinen halben Tons oder der kleinen Secunde = $\frac{92}{176}$ oder nahe $\frac{5}{9}$ des Intervalls des grofsen ganzen Tons, das Intervall des grofsen Limma = $\frac{111}{170}$ oder nahe = $\frac{11}{17}$ g. T., das des syntonischen Komma = $\frac{9}{88}$ oder nahe = $\frac{1}{9,4}$ gr. T. u. s. f. Erst durch diese Maafsbestimmungen der Intervalle wird es leicht, die Abweichungen der temperirten Tonverhältnisse von den reinen in Theilen des grofsen ganzen Tons auf

eine dem musikalischen Gehör unmittelbar verständliche Weise zu würdigen.

Dieses Hilfsmittel setzt uns nun auch in den Stand, in den zuvor gegebenen allgemeinen Ausdrücken der Tonverhältnisse bei gleichschwebender Temperatur, für die Quinte, von der sie abhängen, einen Werth zu finden, durch welchen hinlänglich reine Scalen erhalten werden. Da nämlich, wenn x das Intervall irgend welcher zwei Töne, deren relative Schwingungszahl $= y$, nach dem Vorigen

$$x = \frac{\log y}{\log 2}$$

ist, und hieraus folgt

$$y = 2^x,$$

so läßt sich ebenso leicht die relative Schwingungszahl aus dem gegebenen Intervall als dieses aus jenem berechnen. Die Bestimmung eines angemessenen Intervalls der Quinte führt also unmittelbar zu der entsprechenden relativen Schwingungszahl derselben, und das Gleiche gilt für die Intervalle aller übrigen scalenbildenden Töne. Es genügt für unseren nächsten Zweck zu bemerken, dafs, wenn das Intervall der temperirten Quinte durch q , das der temperirten grofsen Terz durch t bezeichnet wird,

$$q = \frac{\log Q}{\log 2} \text{ und } t = \frac{4 \log Q}{\log 2} - 2 = 4q - 2$$

ist, da in der gleichschwebenden Temperatur allgemein, wie wir sahen, $\frac{Q^4}{2^3}$ das Schwingungsverhältnifs oder die relative Schwingungszahl der grofsen Terz ausdrückt. Setzt man nun in der letzteren Formel $q = 0,58496$, den Werth des reinen Quintenintervalls, so wird

$$t = 0,33984,$$

indefs das Intervall der reinen grofsen Terz $= 0,32193$. Es ist also t um $0,01791$ oder $\frac{1}{5,4}$ gr. T. zu hoch, ein Unterschied, der zu merklich ist, als dafs er für eine erträgliche Annäherung an die Reinheit gelten könnte. Es mufs daher, wenn die grofse Terz sich der Reinheit mehr nähern soll, q kleiner als sein reiner Werth seyn, d. h. die zu tempe-

rende Quinte muls *abwärts schweben*, das reine Quintenintervall *vermindert* werden. Um nun hier planlosen Versuchen aus dem Wege zu gehen, bietet sich als das nächstliegende Mittel dar, das Intervall der Quinte, welches schärfer berechnet $= 0,5849625$ ist, in einen Kettenbruch zu verwandeln und die daraus sich ergebenden Näherungswerthe hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit zur Bestimmung der grossen Terz zu untersuchen. Die auf diese Weise sich ergebenden genäherten Werthe des reinen Quintenintervalls sind folgende:

$$\frac{1}{2} = 0,5;$$

$$\frac{3}{5} = 0,6;$$

$$\frac{7}{12} = 0,5833333;$$

$$\frac{24}{41} = 0,5853659;$$

$$\frac{31}{53} = 0,5849057;$$

u. s. f.

Da die beiden ersten dieser Werthe nur rohe Annäherungen sind, der vierte aber gröfser ist als das Intervall der reinen Quinte, so bleiben nur der dritte und fünfte zu prüfen übrig (die folgenden schliessen sich dem reinen Intervall immer enger an). Es folgt nun

$$\text{aus } q = \frac{7}{12}, \quad t = \frac{4}{13} = 0,33333,$$

$$\text{aus } q = \frac{31}{53}, \quad t = \frac{18}{53} = 0,33962.$$

Bei dem ersteren dieser Werthpaare ist das Intervall der Quinte um 0,00163 zu klein oder die Quinte um $\frac{1}{103,6}$ g. T. zu tief, das Intervall der grossen Terz um 0,01140 zu gross oder die grosse Terz um $\frac{1}{14,9}$ g. T. zu hoch. Die erstere Differenz ist völlig unmerkbar, die zweite kann für erträglich gelten. Die andere Werthbestimmung giebt für das Quintenintervall die Differenz 0,00006, was einer um $\frac{1}{2832}$ g. T. abwärts schwebenden Quinte entspricht, für das Intervall der grossen Terz die Differenz 0,01769, woraus folgt, dafs die gr. Terz um $\frac{1}{9,6}$ gr. T. aufwärts schwebt. Die Reinheit der Quinte ist also so gut als vollständig, daher auch die Unreinheit der grossen Terz fast ebenso gross wie bei völlig untemperirtem q .

Nimmt man nun $q = \frac{\log Q}{\log 2} = \frac{7}{12}$ an, woraus $Q = 2^{\frac{7}{12}}$ folgt, und substituirt den letzteren Werth in die allgemeinen Ausdrücke der scalenbildenden Töne der gleichschwebenden Temperatur, so ergeben sich für ihre relativen Schwingungszahlen folgende Werthe:

$$\begin{array}{ll}
 C^{\sharp} = D^{\flat} = 2^{\frac{1}{12}} & G = 2^{\frac{7}{12}} \\
 D = 2^{\frac{2}{12}} & G^{\sharp} = A^{\flat} = 2^{\frac{8}{12}} \\
 D^{\sharp} = E^{\flat} = 2^{\frac{3}{12}} & A = 2^{\frac{9}{12}} \\
 E = F^{\flat} = 2^{\frac{4}{12}} & A^{\sharp} = H^{\flat} = 2^{\frac{10}{12}} \\
 E^{\sharp} = F = 2^{\frac{5}{12}} & H = 2^{\frac{11}{12}} \\
 F^{\sharp} = G^{\flat} = 2^{\frac{6}{12}} & H^{\sharp} = c = 2.
 \end{array}$$

Man hat nun hiermit offenbar diejenige Temperatur gefunden, die man gewöhnlich ausschliesslich die gleichschwebende nennt, und in der sich die 21 Töne der Musik auf 12 reduciren, indem die erhöhten und erniedrigten Töne theils mit einander theils mit Haupttönen zusammenfallen. Die gröfsere Tonstufe wird hier doppelt so grofs als die kleinere, und dies ist nur bei dieser Temperatur der Fall. Denn es ist der allgemeine Werth des Intervalls des grossen ganzen Tons $= \frac{\log \frac{Q^2}{2}}{\log 2}$, der des Intervalls des halben

Tons $= \frac{\log \frac{2^3}{Q^3}}{\log 2}$, daher jenes nur dann doppelt so grofs als

dieses, wenn $Q^{12} = 2^7$, d. i. $Q = 2^{\frac{7}{12}}$. Berechnet man nach den obigen Formeln die relativen Schwingungszahlen und Intervalle der scalenbildenden Töne, denen wir zur Ergänzung noch die kleine Secunde beifügen, so ergeben sich folgende Zahlenwerthe

	Relative Schwingungszahlen.	Intervall.*
kl. Secunde	$2^{\frac{1}{12}} = \frac{15,89190}{15}$	$\frac{1}{12} = 0,08333$
gr. Secunde	$2^{\frac{2}{12}} = \frac{8,97968}{8}$	$\frac{2}{12} = 0,16667$
kl. Terz	$2^{\frac{3}{12}} = \frac{5,94605}{5}$	$\frac{3}{12} = 0,25000$
gr. Terz	$2^{\frac{4}{12}} = \frac{5,03968}{4}$	$\frac{4}{12} = 0,33333$
Quarte	$2^{\frac{5}{12}} = \frac{4,00452}{3}$	$\frac{5}{12} = 0,41667$
Quinte	$2^{\frac{7}{12}} = \frac{2,99662}{2}$	$\frac{7}{12} = 0,58333$
kl. Sexte	$2^{\frac{8}{12}} = \frac{7,93700}{5}$	$\frac{8}{12} = 0,66667$
gr. Sexte	$2^{\frac{9}{12}} = \frac{5,04537}{3}$	$\frac{9}{12} = 0,75000$
kl. Septime	$2^{\frac{10}{12}} = \frac{16,03620}{9}$	$\frac{10}{12} = 0,83333$
gr. Septime	$2^{\frac{11}{12}} = \frac{15,10200}{8}$	$\frac{11}{12} = 0,91667$

Es steht daher hier, wie sich leicht ergibt, die Quinte um $\frac{1}{109,6}$ g. T. zu tief, die gr. Terz um $\frac{1}{14,9}$ g. T. zu hoch, die kl. Terz um $\frac{1}{13}$ g. T. zu tief, die gr. Secunde um $\frac{1}{52,1}$ g. T. zu tief, die kl. Secunde um $\frac{1}{17,4}$ g. T. zu tief. Die Intervalle, welche die genannten zur Octave ergänzen, weichen um dieselben Gröfsen, aber im entgegengesetzten Sinne, von der Reinheit ab. Indefs also die Schwingungszahlen der Töne der *reinen* Scale zu der Schwingungszahl des Grundtons in *rationalen* Verhältnissen stehen, sind diese Verhältnisse in der vorstehenden temperirten Scale *irrational*; dagegen sind in jener die Verhältnisse der *Intervalle irrational*, in dieser aber *rational*.

Sehr leicht läßt sich zeigen, dafs es *keine andere* gleich schwebende Temperator giebt, bei der durch Zusammenziehung der nächstbenachbarten erhöhten und erniedrigten Töne die Zahl aller Töne sich von 21 auf 12 reducirt ¹⁾.

1) Wie sich aus den Mittelzahlen zwischen den oben angegebenen Doppelwerthen der erhöhten und erniedrigten Töne die ebenfalls nur zwölf

Denn* da in der gleichschwebenden Temperatur allgemein $C^* = \frac{Q^7}{2^4}$, $D^* = \frac{2^3}{Q^5}$, $D^* = \frac{Q^9}{2^5}$, $E^* = \frac{2^2}{Q^3}$ u. s. f. ist, so giebt die Gleichsetzung von C^* und D^* , D^* und E^* etc. als allgemeine Bedingung dieser Reduction $Q = 2^{\frac{7}{12}}$. Ebenso leicht ersieht man aber auch, dafs, wenn $Q \geq 2^{\frac{7}{12}}$, die genannten Töne im Allgemeinen gesondert bleiben und zwar, dafs, wenn $Q < 2^{\frac{7}{12}}$, die erhöhten Töne C^* , D^* etc. tiefer liegen als die ihnen nächst benachbarten erniedrigten, wenn dagegen $Q > 2^{\frac{7}{12}}$, höher als dieselben. Man kann daher im Allgemeinen zwei Classen von gleichschwebenden Temperaturen unterscheiden, zwischen denen die gewöhnliche ausschliesslich sogenannte Temperatur, für welche $Q = 2^{\frac{7}{12}}$, die Gränze bildet.

Um nun ferner zu untersuchen, ob in der ersten dieser beiden Classen, welche offenbar diejenige ist, in welcher allein reinere grofse Terzen möglich sind, es eine noch vorzüglichere Temperatur als die eben betrachtete gebe, ist zu bemerken, dafs die Formel $q = \frac{1}{12}$ auch den Sinn hat, dafs das Intervall von 12 temperirten Quinten gleich ist dem Intervall von 7 Octaven. Das 12fache des reinen Quintenintervalls giebt nämlich 7,0195500, übertrifft also das Intervall von 7 Octaven um 0,01955, d. i. nahe $\frac{1}{8,7}$ g. T. oder das pythagorische Komma, dessen Schwingungsverhältnifs $= \frac{3^{12}}{2^{19}}$ ist. Bildet man nun die höheren Vielfachen des reinen Quintenintervalls $0,5849625 = q_1$, so finden sich unter diesen folgende drei bemerkenswerthe Annäherungen an eine ganze Zahl von Octaven 1):

$$19 q_1 = 11,11429$$

$$31 q_1 = 18,13394$$

$$43 q_1 = 25,15339$$

Töne enthaltende, aber ungleich schwebende Kirnberger'sche Temperatur ableiten läfst, ist in des Vfs. Abhandlung über Tonbestimmung etc. §. 32 gezeigt worden.

1) Vergl. die Abhandlung über Tonbestimmung §. 44.

Für diese hat nämlich das temperirte Quintenintervall q und das zugehörige Q der Reihe nach folgende Werthe:

$$q = \frac{11}{10} = 0,57895; \quad Q = 2^{\frac{11}{10}};$$

$$q = \frac{10}{9} = 0,58065; \quad Q = 2^{\frac{10}{9}};$$

$$q = \frac{25}{23} = 0,58140; \quad Q = 2^{\frac{25}{23}}.$$

Diese drei Werthe von q weichen von dem reinen q_1 der Reihe nach um $\frac{1}{18,2}$, $\frac{1}{39,4}$, $\frac{1}{47,7}$ g. T. ab, sind also minder rein als $q = \frac{1}{17}$, geben aber reinere grofse Terzen. Diese sind nämlich resp. folgende:

$$t = \frac{6}{19} = 0,31579, \text{ um } \frac{1}{27,7} \text{ g. T. zu hoch;}$$

$$t = \frac{9}{31} = 0,32258, \text{ um } \frac{1}{261,4} \text{ g. T. zu hoch;}$$

$$t = \frac{14}{43} = 0,32558, \text{ um } \frac{1}{46,5} \text{ g. T. zu hoch.}$$

Diese Terzen sind nicht nur befriedigend, sondern zumal die beiden letzten so gut als völlig rein. In der That geben alle drei Werthe von q Tonsysteme von gröfserer Reinheit als das der 12 Töne, bei deren näheren Betrachtung wir jedoch hier nicht verweilen wollen ¹⁾. Wichtiger ist es vielmehr offenbar, allgemein zu untersuchen: ob sich ein solcher Werth von q finden lasse, bei dessen Annahme die *Gesamtheit der Abweichungen* der scalenbildenden Töne von der Reinheit die *möglich kleinste* wird. Da Secunden und Septimen, Terzen und Sexten, Quarte und Quinte einander zur Octave ergänzen, so kommt es hierbei nur auf die Bestimmung von fünf Intervallen an, wozu die der grofsen Secunde, grofsen Terz, Quinte, grofsen Sexte und grofsen Septime gewählt werden können. Wenn nun, wie gezeigt wurde, für jede gleichschwebende Temperatur die Schwingungsverhältnisse dieser Töne der Reihe nach durch

$$\frac{Q^2}{2}, \quad \frac{Q^4}{2^2}, \quad Q, \quad \frac{Q^3}{2}, \quad \frac{Q^5}{2^2}$$

ausgedrückt werden, so entsprechen diesen Ausdrücken die temperirten Intervalle

$$2q - 1, \quad 4q - 2, \quad q, \quad 3q - 1, \quad 5q - 2,$$

indess ihre reinen Intervalle resp. sind

1) S. die angeführte Abhandlung §. 45—47.

$$\frac{\log \frac{9}{8}}{\log 2}, \frac{\log \frac{5}{4}}{\log 2}, \frac{\log \frac{3}{2}}{\log 2}, \frac{\log \frac{5}{3}}{\log 2}, \frac{\log \frac{13}{8}}{\log 2},$$

wofür wir zur Abkürzung

$$d, e, g, a, h$$

setzen wollen. Wichen nun alle temperirten Intervalle von den reinen in *demselben* Sinne ab, so daß alle zugleich zu groß oder zu klein wären, so wäre es zur Lösung der Aufgabe genügend, q so zu bestimmen, daß die Summe der Differenzen zwischen den gleichnamigen reinen und temperirten Intervallen möglichst klein würde. Da aber die temperirten Intervalle, welche einander zur Octave ergänzen, immer im *entgegengesetzten* Sinne von ihren reinen abweichen, so fordert die Lösung der Aufgabe, daß die *Summe der Quadrate* der Differenzen zwischen den gleichnamigen reinen und temperirten Intervallen möglichst klein werde. Dieß giebt nun nach der angenommenen Bezeichnung die Bedingung, daß die Summe

$$(d - 2q + 1)^2 + (e - 4q + 2)^2 + (g - q)^2 + (a - 3q + 1)^2 \\ + (h - 5q + 2)^2,$$

in welcher d, e, g, a, h als constante Größen, q aber als veränderlich zu betrachten ist, ein Minimum werde. Man hat bekanntlich zur Erfüllung dieser Bedingung nur nöthig, den Differentialquotienten dieser Summe zu bilden und gleich Null zu setzen. Geschieht dieß, so erhält man

$$q = \frac{23 + 2d + 4e + g + 3a + 5h}{55}.$$

Restituirt man die Zahlenwerthe von d, e, g, a, h , so er giebt sich

$$q = \frac{\log \left(\frac{3^7 \cdot 5^{13}}{2^{27}} \right)}{55 \cdot \log 2} = 0,5810541.$$

Der zugehörige Werth von Q ist

$$Q = \left(\frac{3^7 \cdot 5^{13}}{2^{27}} \right)^{\frac{1}{55}} = 1,4959400.$$

Hieraus folgt auch

$$Q = \frac{2,9918800}{2}, \text{ anstatt } \frac{3}{2}.$$

Die Abweichung des Intervalls q von der Reinheit beträgt 0,0039084 oder $\frac{1}{43,5}$ g. T.

Verwandelt man den Werth von q in einen Kettenbruch, so ergeben sich daraus die genäherten Werthe

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{7}{12}, \frac{18}{31}, \frac{43}{74},$$

von denen $\frac{43}{74} = 0,58108$ der schärfste ist; neben diesen Werthen kann auch noch $\frac{25}{43} = 0,58140$ und $\frac{11}{19} = 0,57895$ in Betracht kommen. Begnügen wir uns, was mehr als ausreichend ist, mit 5 Decimalen, so erhalten für $q = 0,5810541$ die Intervalle der 21 Töne die nachfolgenden Werthe, von denen die der beigesetzten gemeinen Brüche nur in der letzten Decimalstelle abweichen. Macht man daher diese Brüche zu Potenzexponenten von 2, so erhält man mit vollkommen zureichender Schärfe die abgekürzten Ausdrücke der relat. Schwingungszahlen der entsprechenden Töne.

Ton.	Intervall.	Ton.	Intervall.
C#	0,06738 ($\frac{5}{74}$)	G ^b	0,51368 ($\frac{39}{74}$)
D ^b	0,09473 ($\frac{7}{74}$)	G	0,58105 ($\frac{43}{74}$)
D	0,16211 ($\frac{12}{74}$)	G*	0,64843 ($\frac{48}{74}$)
D#	0,22949 ($\frac{17}{74}$)	A ^b	0,67578 ($\frac{50}{74}$)
E ^b	0,25684 ($\frac{19}{74}$)	A	0,74316 ($\frac{55}{74}$)
E	0,32422 ($\frac{24}{74}$)	A*	0,81054 ($\frac{60}{74}$)
F ^b	0,35157 ($\frac{26}{74}$)	H ^b	0,83789 ($\frac{62}{74}$)
E*	0,39160 ($\frac{29}{74}$)	H	0,90527 ($\frac{67}{74}$)
F	0,41895 ($\frac{31}{74}$)	c ^b	0,93262 ($\frac{69}{74}$)
F#	0,48632 ($\frac{36}{74}$)	H*	0,97265 ($\frac{72}{74}$)

Die gröfsere Tonstufe ist in diesem System $= \frac{12}{74}$, die kleinere $\frac{7}{74}$, diese von jener also $\frac{1}{11}$, was dem Verhältnifs der Intervalle des reinen halben Tons und des grofsen ganzen sehr nahe kommt. Von den Tönen, welche die Hauptintervalle bilden, ist hier

die grofse Secunde um $\frac{1}{21,7}$ g. T. zu tief,

die kleine Terz um $\frac{1}{27,4}$ g. T. zu tief,

die grofse Terz um $\frac{1}{74,2}$ g. T. zu hoch,

die Quinte um $\frac{1}{43,4}$ g. T. zu tief,

die grofse Septime um $\frac{1}{104,9}$ g. T. zu tief;

um ebenso viel weichen die Töne, deren Intervalle die

der vorstehenden zum Octavenintervall ergänzen, im entgegengesetzten Sinne von der Reinheit ab. Diese Differenzen sind so gering, daß sie theils dem Ohr völlig unerkennbar bleiben, theils nur unter den günstigsten Bedingungen vernehmbar seyn würden.

Die gleichschwebende Temperatur, deren Quintenintervall nahe gleich $\frac{4}{3}$ ist, giebt also für die 21 Töne, deren sich die Musik bedient, Bestimmungen, bei welchen die Scalen aller Tonarten von der Reinheit ganz unmerklich und in ihrer Gesamtheit weniger abweichen als durch irgend eine andere gleichschwebende oder ungleichschwebende Temperatur erreichbar ist. Was die letzteren betrifft, so haben wir in der ersten Hälfte dieses Aufsatzes gesehen, wie weit man gelangen kann. Was die gleichschwebenden Temperaturen angeht, so sind diejenigen, deren Quintenintervalle $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{19}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{25}{43}$, nur als Annäherungen zu der vorstehenden zu betrachten, die wir als die *möglichreinste* werden bezeichnen dürfen. Diese Benennung rechtfertigt sich am besten, wenn man die Summe der Quadrate der Abweichungen der fünf Hauptintervalle für alle fünf Temperaturen berechnet. Es findet sich dann

$q = 0,58333 = \frac{7}{12}$,	die Summe d. Quadrate d. Abweichungen = 0,0004089,
$q = 0,57895 = \frac{11}{19}$,	„ „ „ „ = 0,0003659,
$q = 0,58065 = \frac{13}{21}$,	„ „ „ „ = 0,0001315,
$q = 0,58140 = \frac{25}{43}$,	„ „ „ „ = 0,0001290,
$q = 0,58105$ nahe $= \frac{43}{74}$,	„ „ „ „ = 0,0001225.

Wenn daher, wie gezeigt wurde, ein System von 21 Tönen, welches für alle Tonarten zugleich völlig reine Scalen giebt, unmöglich ist, so darf das vorstehende, wie es scheint, darauf Anspruch machen für die größtmögliche Annäherung an das bei der Annahme von 21 fixen Tönen unerreichbare Ideal vollkommener Reinheit zu gelten. Eine ganz andere Frage ist jedoch die, ob solche größtmögliche Reinheit das Ziel sey, dem unsere neuere Musik alle anderen Rücksichten unterordnet, oder ob nicht vielleicht andere Forderungen, die sie an die Tonverbindungen macht, sie nöthigen, von diesem Ziel etwas abzulenken und Tonbestimmungen zu-

zulassen, die bei weniger gleichmäßiger Reinheit andere Vortheile darbieten, die der Temperatur von größtmöglicher Reinheit abgehen. Diese Frage, die in der mehrmals angeführten Abhandlung, so weit es sich durch bloße mathematische Betrachtungen thun läßt, zu erörtern versucht worden ist, hat jedoch ein überwiegend musikalisches Interesse und kann daher hier unberührt bleiben.

II. *Von den Vibrationsphänomenen beim Ausfließen von Flüssigkeiten durch kurze Ansatzröhren.*

Eine von F. Savart hinterlassene Abhandlung¹⁾.

Wenn eine Flüssigkeit, wie das Wasser, durch eine cylindrische Ansatzröhre ausfließt, so entstehen unter gewissen Umständen Töne von sehr großer Intensität und einem eigenthümlichen Klange, welcher mit dem so charakteristischen Klange der Stimme keine Aehnlichkeit hat. Merkwürdig ist, daß nach so vielen Versuchen, die man zu verschiedenen Zeiten mit Ansatzröhren gemacht hat, diese Erscheinung unbeobachtet geblieben ist. Es erklärt sich jedoch einigermaßen, denn, damit ein Ansatzrohr Töne gebe, ist erforderlich 1) daß seine Länge sich nicht sehr von der Gleichheit mit dem Durchmesser entferne, 2) daß die Druckhöhen (*Charges*, Belastungen) oder die Höhen der ausfließenden Flüssigkeit in gewissen Verhältnissen zu diesen Durchmessern stehen, 3) daß der Durchmesser des Behälters gewisse Grenzen nicht überschreite, auch mit Rücksicht auf die Ansatzröhre. Kurz, es sind nur besondere Fälle, in welchen die Erscheinung entsteht, vor allem in ihrer ganzen Schönheit.

1) Diese aus den *Compt. rend.* T. 37, p. 208 entnommene Abhandlung wurde der Pariser Akademie von N. Savart überreicht, der seitdem leider auch der Wissenschaft durch den Tod entrissen worden ist. P.

Um zuvörderst eine allgemeine Idee von ihr zu geben, denke man sich, man verschliefse eine Glasröhre von 6 bis 8 Centimeter Durchmesser und 2 Meter Länge am unteren Ende durch eine Metallplatte, die in der Mitte ein cylindrisches Loch von einem mit der Dicke der Platte gleichem Durchmesser habe. Nachdem diese Röhre in senkrechter Stellung befestigt und mit Wasser gefüllt worden, öffne man das Loch. Dann beobachtet man, daß das Ausfließen periodisch unter Tonbildung geschieht, daß der Ton bei seinem Erscheinen anfangs schwach und verworren ist, daß er allmählig, in dem Maasse als die Druckhöhe abnimmt, an Stärke gewinnt, aber nur bis zu einem gewissen Punkt, über welchen hinaus er wieder schwächer wird; daß es darauf einen gewissen Punkt giebt, wo der Ton sehr schwach und verworren wird, oder gar verschwinden kann. Bei fortwährend abnehmender Druckhöhe nimmt er aber wieder zu an Kraft, wird tiefer und erreicht abermals ein Maximum von Intensität. Dann wird er wiederum schwach, um von Neuem zu wachsen, und so fort, immer tiefer werdend, so wie die Druckhöhe abnimmt. Die Anzahl dieser Art von Vibrationsböden ist mehr oder weniger groß, je nach dem Durchmesser und der Höhe der Röhre, ist auch abhängig vom Durchmesser des Loches.

Aus dieser einfachen Darlegung folgt einleuchtend, daß wenn eine Flüssigkeit durch eine kurze Ansatzröhre ausfließt, die ganze Masse gewisse Modificationen erleidet, sowohl in der Geschwindigkeit als in der Richtung der sie zusammensetzenden Fäden.

Diese Erscheinungen bieten der experimentellen Untersuchung große Schwierigkeiten dar, weil sie 1) nur sehr kurze Zeit dauern, vor allem wenn die Ansatzröhre gegen die als Behälter dienende Röhre einen etwas großen Durchmesser hat; 2) bei mehreren successiven Versuchen nicht strenge unter denselben Umständen entstehen; und endlich 3) von einer Menge kleiner fast unmerklicher Umstände abgeändert werden, z. B. durch mehr oder weniger vollkommene Politur der Ansatzröhre, Reinheit der Flüssigkeit,

mehr oder weniger grofse Sauberkeit der Wände des Behälters, u. s. w.

Im ersten Paragraphen dieser Abhandlung wollen wir studiren:

- 1) den Einflufs der Druckhöhe,
- 2) den des Durchmessers der Ansatzröhre,
- 3) den der Höhe derselben,
- 4) den des Durchmessers des Behälters, diesen dabei zunächst als cylindrisch und als concentrisch mit der Ansatzröhre angenommen, später als cylindrisch und im unteren Theile von kleinem Durchmesser, cylindrisch und im oberen Theile von grossem Durchmesser.

Im zweiten Paragraphen werden wir die Ursache der von den Ansatzröhren ausgehenden Töne zu entdecken suchen, sowohl durch das Studium der Beschaffenheit der aus cylindrischen Ansatzröhren fliessenden Flüssigkeitsadern, als auch durch Bestimmung der auf die Wände dieser Art Oeffnungen ausgeübten Drucke und durch Untersuchung des Vorgangs im Innern des Behälters.

Im dritten Paragraphen werden wir zeigen, dafs derselbe Vibrationszustand existiren kann, wenn die Ränder der Ansatzröhre abgerundet sind, wenn der Ausschnitt derselben nicht mehr kreisrund, sondern elliptisch oder gebildet aus der Durchschneidung zweier Kreisbögen, wenn er rechteckig ist u. s. w., wenn die Ansatzröhre konisch ist, oder wenn sie in ihrem Verlauf eine Anschwellung enthält, wie es bei den Lockpfeifen (*appeaux ou réclames*) der Fall ist.

Da Gase bei ihrem Durchgang durch kurze Ansatzröhren von verschiedener Form zu analogen akustischen Phänomenen Anlaß geben wie Flüssigkeiten, so wird der vierte Paragraph der Untersuchung diesen Erscheinungen gewidmet seyn, betrachtet unter den verschiedenen Gesichtspunkten des Einflusses der Spannkraft des Gases, der Form und Dimensionen der Behälter, der Form und Dimensionen der Ansatzröhren.

1. Vom Einfluß der Druckhöhe.

Die zu diesen Untersuchungen angewandten cylindrischen Ansatzröhren waren alle auf analoge Weise construirt, oder vielmehr gebildet aus einer kreisrunden Messingscheibe mit parallelen Seiten, die entweder in der Mitte bloß senkrecht durchbohrt oder daselbst noch mit einer angelötheten kleinen cylindrischen Röhre versehen war. In beiden Fällen war diejenige Seite der Scheibe, welche mit der Flüssigkeit in Berührung kam, mit Smirgel abgerieben und auf einer vollkommen planen Scheibe von Gußeisen abgeschliffen. Das Loch oder das Cylinderrohr war ebenfalls ausgerieben, anfangs mit einem messingenen cylindrischen Dorn von gehörigem Durchmesser, dann mit einem cylindrischen Dorn von hartem Harz und endlich mit einem ähnlichen Dorn von weicherem Holz, um ihm die letzte Politur zu geben. Alle nöthigen Vorsichtsmaafsregeln waren getroffen, damit die Ansatzröhre einerseits gut cylindrisch und andererseits genau winkelrecht auf der Scheibe sey.

Die als Behälter dienenden Röhren waren von Glas; ihr Durchmesser ging von 30 bis 165 Millim.; man wählte die möglichst cylindrischen aus und schliff sie an den mit der Scheibe in Berührung kommenden Enden winkelrecht gegen ihre Ränder ab. Da man sowohl mit den Platten als mit den Röhren oft wechselte, so fügte man sie nur erwärmt mit einem dauerhaften Kitt zusammen, unter gehöriger Vorsicht, daß von diesem nichts in das Innere der Glasröhre drang und daß die Axe dieser mit der des Ansatzes zusammenfiel.

Was die Besonderheiten der Versuche selbst betrifft, so bestanden sie darin, daß man die Glasröhre mittelst eines als unbeweglich zu betrachtenden Stativs senkrecht befestigte, den Ansatz mittelst eines kleinen Korkkegels verschloß, die Röhre mit Wasser füllte und dasselbe etwa eine Viertelstunde ruhen liefs, ehe man den Ansatz öffnete.

Um die Rolle zu studiren, welche die Druckhöhe spiele, gebrauchte man anfangs eine Glasröhre von 2^{mm},66 Länge und 0^{mm},041 Durchmesser, welcher man einen Ansatz von

2^{mm},15 Durchmesser und Höhe anfügte. Die folgende Tafel enthält die Resultate dieses Versuchs, welcher oftmals wiederholt wurde, damit sowohl hinsichtlich der Töne selbst und ihrer Intensität, als auch hinsichtlich der sie hervorbringenden Druckhöhen keine Unsicherheit übrig bleibe.

Tafel I.

Druck- höhe.	Töne		Druck- höhe.	Töne	
	Höhe ¹⁾ .	Stärke.		Höhe.	Stärke.
^m 2,66	c_4	Sehr schwach	^m 1,29	a_3^b	Schwach
2,57	c_4^b	Schwach	1,24	a_3^b	Stark
2,53	$c_4^b +$	Stark	1,16	$g_3^{\#}$	Stark
2,50	c_4^b	Stark	1,09	$g_3^{\#}$	Schwach
2,47	$d_4^{\#}$	Schwach	1,075	$g_3^{\#}$ u. g_3	Sehr schwach
2,455	$d_4^{\#}$ u. d_4	Sehr schwach	1,06	g_3	Schwach
2,44	$d_4 +$	Schwach	1,00	$g_3 -$	Schwach
2,38	$d_4 +$	Stark	0,97	$g_3^b +$	Schwach
2,31	$d_4 +$	Schwach	0,94	$f_3^{\#}$	Stark
2,30	$d_4 -$ u. d_4	Sehr schwach	0,92	$f_3^{\#}$	Stark
2,29	$d_4 -$	Schwach	0,88	$f_3^{\#}$	Schwach
2,24	$d_4 -$	Stark	0,85	$f_3^{\#}$ u. e_3	Sehr schwach
2,17	$d_4 -$	Schwach	0,82	e_3	Schwach
2,14	d_4 u. d_4^b	Sehr schwach	0,75	$e_3 -$	Stark
2,12	d_4^b	Schwach	0,71	e_3^b	Stark
2,09	d_4^b	Stark	0,65	e_3^b	Schwach
2,02	d_4^b	Schwach	0,625	e_3^b u. $d_3^{\#}$	Sehr schwach
2,015	d_4^b u. $c_4^{\#}$	Sehr schwach	0,60	$d_3^{\#}$	Schwach
1,99	$c_4^{\#}$	Schwach	0,575	$d_3^{\#}$ u. $c_3 +$	Sehr schwach
1,93	$c_4^{\#}$	Stark	0,55	c_3	Schwach
1,88	$c_4^{\#}$	Schwach	0,49	$c_3^b +$	Stark
1,855	$c_4^{\#}$ u. c_4	Sehr schwach	0,46	h_3	Stark
1,83	c_4	Schwach	0,43	h_3^b	Schwach
1,79	c_4	Stark	0,40	$a_3 +$	Sehr schwach
1,72	c_4	Schwach	0,36	$g_3^{\#} -$	Schwach
1,685	c_4 u. h_3	Sehr schwach	0,32	g_3	Stark
1,65	h_3	Schwach	0,29	$g_3 -$	Stark
1,58	h_3	Stark	0,27	$f_3 +$	Schwach
1,51	h_3	Schwach	0,25	$f_3^{\#} +$	Stark
1,49	h_3 u. $a_3^{\#}$	Sehr schwach	0,20	d_3	Schwach
1,47	$a_3^{\#}$	Schwach	0,15	$h_1^{\#}$	Sehr schwach
1,43	$a_3^{\#}$	Stark	0,12	unvernehmbar	Sehr schwach
1,37	$a_3^{\#}$	Stark			
1,33	$a_3^{\#}$	Schwach	0,10	Stille	
1,31	$a_3^{\#}$ u. a_3^b	Sehr schwach	0,05	Stille	

1) Der Bequemlichkeit des Druckes wegen sind bei der Bezeichnung der Tonhöhen die sonst üblichen Striche über den Buchstaben durch Indizes ersetzt, und zwar so, daß z. B. c_4 (das viergestrichene c) dem französischen ut_6 entspricht.

Bemerk. Wenn man während der verschiedenen Phasen des Phänomens die Flüssigkeitsader aufmerksam betrachtet; so sieht man, daß sie jedesmal, wenn der Ton ein Intensitätsmaximum erreicht, aufschwellt, und dagegen jedesmal, wenn er in seiner Intensität abnimmt, sich zusammenzieht. Im ersten Fall scheint die Ader sich zu öffnen, im zweiten zu schließen.

Bei diesem Versuch sank der Ton fortwährend von der größten bis zur kleinsten Druckhöhe; allein dieses Sinken geschah nicht allmählig, sondern im Allgemeinen sprunghaft, so daß die ganze Reihe der Töne gleichsam Bäuche bildete, für welchen jeden der Ton fast constant blieb, ausgenommen wenn die Druckhöhe sehr klein war. Diese Bäuche waren getrennt durch Knoten, wo der Ton, ohne gerade ganz zu verschwinden, viel weniger intensiv war und auf eine Art Geräusch zurückkam, welches anfangs keiner Analyse durch das Gehörorgan fähig schien, aber doch bei einiger Achtsamkeit erkennen liefs, daß es aus zwei Tönen bestand, einem dem oberen und einem dem unteren Bauche angehörigen Ton. Diefes beweist, daß die Knoten Punkte sind wo das, was den Vibrationszustand eines jeden Bruchs ausmacht, worin es auch bestehen mag, sich abändert um in das überzugehen, was den Vibrationszustand des unmittelbar darunterliegenden Bauches ausmacht.

Vergleicht man in obiger Tafel die Vibrationszahlen, welche jeder Druckhöhe zukommen, mit den Quadratwurzeln aus diesen Höhen, so ist leicht ersichtlich, daß die ersteren *im Allgemeinen* proportional sind den letzteren oder der Ausflugschwindigkeit. Denn nimmt man z. B. die drei Druckhöhen 25, 100 und 225 Centim., deren Quadratwurzeln 5, 10 und 15 sich wie 1, 2, 3 verhalten, so muß, dem eben angezeigten Gesetz zufolge, der Ton bei der zweiten Druckhöhe die höhere Octave, und der bei der dritten die höhere Duodecime von dem bei der ersten seyn; wirklich ist der erste Ton g_2^b ($f_2^{\#} +$), der zweite $g_3 -$, fast die Octave von g_2^b , und der dritte $d_4 -$, oder die obere Quinte von g_3 ; mithin bestätigt sich das Gesetz. Allein klar ist, daß es nicht strenge genau für alle Drucke

seyn kann, weil der Ton in der ganzen Erstreckung eines jeden Bauches sehr nahe unveränderlich bleibt; defsun-geachtet ist es unmöglich nicht anzunehmen, dafs es für die Gesammtheit der Erscheinung gültig sey.

Der allgemeine Einfluss der Druckhöhe auf die Anzahl der Vibrationen liefs sich leicht mit dem Apparat nachweisen, wenn man die Röhre während des Ausfließens unter verschiedenen Winkeln neigte. Wenn man z. B., nachdem die Ansatzröhre entstöpselt worden, die Röhre allmählig neigte bis sie fast horizontal war, ging der Ton rasch herab; wenn man dagegen die Röhre wieder aufrichtete, wurde er immer höher, und, was bemerkenswerth ist, die Intensitätsunterschiede waren dann unvergleichlich geringer als bei feststehender Röhre.

Leicht liefs sich der Ton constant machen, indem man die Röhre langsam aufrichtete, in dem Maafse, als sich das Niveau des Wassers darin senkte.

Das eben angezeigte Gesetz bestätigt sich für Ansätze und für Röhren von viel größerem Durchmesser, aber wohl verstanden, innerhalb der eben angegebenen Genauigkeitsgränzen. Es läfst sich aus allen Versuchen ableiten, welche wir späterhin anführen werden, wenn es sich darum handelt zu untersuchen, welche Rolle der Durchmesser der Ansatzröhre, der der Röhre u. s. w. spiele. Indefs da die längere oder kürzere Zeit, während die Röhre zum Entleeren gebraucht, viel Einfluss hat auf die Besonderheiten der Erscheinung, so ist es nöthig hier einen zweiten Versuch mitzutheilen, gemacht mit derselben Röhre und einer Ansatzröhre von größerem Durchmesser.

	Höhe.	Durchmesser.
Glasröhre	2 ^m ,66	0 ^m ,041
Ansatzröhre	5 ^{mm} ,456	5 ^{mm} ,4
	0,005456	

Tafel II.

Druck- höhe.	Töne		Druck- höhe.	Töne.	
	Höhe.	Stärke.		Höhe.	Stärke.
m					
2,66	c_3	Sehr schwach	1,35	$f_3 +$	Schwach
2,53	c_3	Schwach	1,25	$f_3 +$	Stark
2,45	$c_3^{\#}$	Sehr schwach	1,20	$f_3 +$	Sehr stark
2,42	c_3	Aeußerst sch.	1,18	$f_2 \text{ bis } f_3^{\#}$	Stark
1,90	$g_3^{\#}$	Schwach	1,08	$f_3^{\#}$	Schwach
1,82	$g_3^{\#}$	Stärker	1,05	Stille	
1,75	a_3^b	Stärker	0,90	Stille	
1,70	$g_3^{\#}$	Stark	0,85	d_3^b	Schwach
1,62	a_3^b	Sehr stark	0,80	$c_3^{\#}$	Stark
1,60	a_3^b	Stark	0,73	$c_3 -$	Weniger stark
1,52	a_3^b	Weniger stark	0,65	$c_3^{\#}$	Schwach
1,50	Rauschen		0,57	d_2	Schwach
1,40	Rauschen		0,40	Unvernehmbar	
1,36	$f_3 +$	Sehr schwach	0,25	Unvernehmbar	

Bemerkung. Im Augenblick, wo der Ton entstand, sah man die Wasserräder merklich anschwellen, und wenn er sein Intensitätsmaximum erreichte, betrug ihr Durchmesser fast das Doppelte von dem, was er bei den Knoten war.

Beim zweiten und vierten Bauch war die Anschwellung viel stärker als beim ersten und vierten; auch war der Ton in den beiden ersten Fällen viel intensiver.

Mit der zweiten Ansatzröhre entleerte sich die Röhre in 47 Sekunden, während sie bei der ersten fast die siebenfache Zeit, 315", gebrauchte.

Im früheren Versuch, wo die Ansatzröhre nur 2^{mm},15 im Durchmesser hielt, waren funfzehn Tonbäuche vorhanden, in dem letzteren, wo die Ansatzröhre 5^{mm},4 Durchmesser hatte, gab es deren nur vier. Der erste erstreckte sich von der Druckhöhe 2^{mm},66 bis zu der von 2^{mm},42; von dieser bis zu der von 1^{mm},90 entstanden zeitweise hohe und tiefe Töne von solcher Schwäche und solcher kurzen Dauer, daß man sie nicht erkennen konnte. Von 1^{mm},90 bis 1^{mm},52 gab es einen wahrhaften Tonbauch, ebenso von 1^{mm},38 bis 1^{mm},08 und von 0^{mm},85 bis 0^{mm},57; allein in den Zwischenräumen von einem Bauch zum andern hörte man hohe und schwache, unbestimmbare Töne, die bei mehreren aufeinanderfolgenden Versuchen nicht immer dieselben wa-

ren. Jeder der Bäume hatte das Eigenthümliche, daß der Ton, nach Erreichung seines Intensitätsmaximums, immer noch etwas stieg, zuweilen um eine halbe Tonstufe. Dasselbe zeigt sich allemal, wenn das Gefäß sich mit großer Geschwindigkeit leert.

2. Einfluss des Durchmessers der Ansatzröhre.

In einer früheren Arbeit haben wir gezeigt, daß wenn eine Flüssigkeit durch eine kreisrunde Oeffnung in dünner Wand (*paroi tranchante*) ausfließt, an dieser Oeffnung Pulsationen entstehen, deren Anzahl proportional ist der Quadratwurzel aus der Druckhöhe und umgekehrt proportional dem Durchmesser der Oeffnungen.

Wie wir eben nachwiesen, ist auch bei kurzen Ansatzröhren die Anzahl der Vibrationen dem ersten dieser Gesetze unterworfen, und die folgenden Versuche werden zeigen, daß sie es auch dem zweiten ist.

Diese Versuche wurden mit Ansatzröhren von verschiedenem Durchmesser, die successive einem selben Rohr von 1^m,70 Höhe und 5 Centim. Durchmesser angefügt wurden. (Siehe Taf. III, S. 399.)

Diese Tafel zeigt, daß die Anzahl der Tonbäume desto geringer ist, als die Oeffnung größer ist. Sie erlaubt auch eine Bestätigung des vorhin aufgestellten Gesetzes, daß die Schwingungsmengen im Allgemeinen als proportional der Quadratwurzel aus den Druckhöhen betrachtet werden können. In der That ergeben sich folgende Beziehungen.

Druck- höhen Centim	Quadrat- wurzeln aus den Druck- höhen.	Ver- hält- nisse.	Durchmesser der Ansatzröhre					
			2mm,15			5mm,5		
			Töne.	Schwin- gungs- anzahl	Ver- hält- nisse.	Töne.	Schwin- gungs- anzahl.	Ver- hält- nisse.
108	10,4	1,48	$g_3^{\#}$	3200	1,56	f_3	1365	1,48
70	8,4	1,20	$d_3^{\#}$	2212	1,08	h_1	960	1,04
50	7,1	1,00	c_3 —	2048	1,00	h_1^A	921	1,00

Angelangt am Ziele dieses Abschnitts, nämlich der Vergleichung der Schwingungsmengen mit den Dimensionen

der Ansatzröhren, ziehen wir aus der Aufstellung der Versuche folgende Resultate:

Druck- höhe.	Durchmesser d. Ansatzröhre Verhältn. dies. Durchm.	2 ^{mm} ,15 1 ,00	4 ^{mm} ,65 2 ,16	5 ^{mm} ,40 2 ,51	9 ^{mm} ,30 4 ,32
1 ^m ,08 0 ,70 0 ,50	{ Verhältnisse der Schwingungs- mengen. }	4,50 4,32 4,27	2,00 2,00 2,13	1,92 1,88 1,94	1,00 1,00 1,00

woraus man sieht, daß die Schwingungsmengen als im umgekehrten Verhältnisse der Durchmesser der Ansatzröhren stehend betrachtet werden können.

Allein, wie schon bemerkt, kann offenbar dieses Gesetz, gleich dem vorhergehenden, nur als eine Annäherung betrachtet werden, und zwar wegen der Natur der Erscheinung selbst, weil der Ton nur durch jähe Sprünge von einer Stufe zur andern übergeht und er sogar nach jedem Intensitätsmaximum immer noch ein wenig steigt.

3. Einfluß der Höhe der Ansatzröhre.

Die Höhe der Ansatzröhre hat mehr Einfluß auf die Möglichkeit der Entstehung der Töne als auf den Grad derselben. Wenn z. B. die Höhe der Ansatzröhre das Doppelte des Durchmessers derselben übertrifft, kann man sagen, daß die Tonbildung fast unmöglich sey; denn dann hört man nur schwache Geräusche und zwar im Allgemeinen bei kleinen Druckhöhen. Ebenso, wenn die Höhe der Ansatzröhre kleiner ist als die Hälfte des Durchmessers derselben, geschieht das Ausfließen nur in dünner Wand, und folglich sind keine Töne mehr möglich. Also nur zwischen ziemlich engen Gränzen ist es, wo die Schwingungsbewegung sich einstellen kann.

Die Tafel IV enthält eine Versuchsreihe, angestellt mit einem röhrenförmigen Behälter von 1^m,70 Höhe und 5 Centimeter Durchmesser, dem successive Ansatzröhren von 5^{mm},4 Durchmesser und verschiedener Höhe angefügt wurden.

Diese Tafel enthält nur die mit sieben verschiedenen Ansatzröhren erhaltenen Resultate, allein außerdem wurde

der Versuch angestellt mit: 1) Einer Ansatzröhre von demselben Durchmesser und einer Höhe von nur 2^{mm},726 d. h. einer Höhe, die fast der Hälfte des Durchmessers gleich war, 2) Einer Ansatzröhre von 10^{mm},9 Höhe, also fast dem Doppelten ihres Durchmessers. Im ersten Fall geschah das Ausfließen in dünner Wand, im zweiten gab es durchaus keinen Ton mehr. (Siehe Tafel IV, S. 400 u. 401).

Tafel III.

Durchmesser der Ansatzröhren

2 ^{mm} ,15.			4 ^{mm} ,65			5 ^{mm} ,4			9 ^{mm} ,3		
Druckhöhe	Töne		Druckhöhe	Töne		Druckhöhe	Töne		Druckhöhe	Töne	
	Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke
m			m			m					
1,65	h^3	sch.				1,70	g_2	sch.			
1,50	R.		1,50	$a_2 -$	sch.						
1,455	$a_2^{\#}$	st.	1,41	a_2	st.	1,60	g_2^+	s. st.	m		
1,375	R.		1,35	a_2^+	st.	1,52	$g_2^{\#} -$	s. st.	1,45	$f_1^{\#}$	
1,285	a_2	st.	1,28	a_2^+	w. st.				1,20	$f_1^{\#}$	
1,21	R.		1,20	R.		1,40	R.		1,10	$f_1^{\#} +$	
1,17	a_2^{δ}	st.				1,38	St.				
1,12	R.					1,19	c_2	sch.			
1,08	$g_2^{\#}$	st.	1,08	$f_2^{\#}$	st.	1,10	f_2	s. st.	1,05	$f_1^{\#}$	s. st.
1,04	R.					0,95	St.				
0,99	g_2^{δ}	st.	0,97	$f_2^{\#}$	st.	0,80	c_2^+	s. sch.	0,85	$f_1^{\#}$	s. sch.
			0,90	$f_2^{\#} +$	w. st.	0,70	h_1	sch.	0,65	c_1	s. sch.
0,85	R.					0,60	h_1	st.	0,55	h_0 od. c_1	sch.
						0,57	c_2	s. st.	(0,40)	c_1	st.)
			0,75	R.		0,50	h_1^{δ}	sch.			
0,70	d_2^{δ}	st.	0,65	$c_2 -$	sch.	0,45	St.				
0,60	R.		0,58	c_2	st.	0,40	f_2	st.			
0,49	$c_2 -$					0,36	f_2^+	s. st.			
0,45	R.		0,45	c_2^+	sch.						
						0,30	f_2	sch.			
0,35	g_2	st.									
			0,30	R.							
0,26	g_2	s. st.				0,24	R.				
0,20	St.										

[Bedeutung der Abkürzungen: R., Rauschen (*bruissement*); St., Stille; sch., schwach; s. sch., sehr schwach; st., stark; s. st., sehr stark].

Höhe der Ansatzröhren

3mm,626			4mm,21			4mm,816		
Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne	
	Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke
Ausfließen in dünner VVand, wenigstens wenn man nicht berührte			m			m		
			1,70	c ₃	sch.	1,70	a ₂	s. sch.
			1,65	c ₃	s. sch.	1,60	a ₂	s. sch.
	St.		1,56	St.		1,55	a ₂	sch.
	St.		1,47	St.		1,50	a ₂	sch.
	St.		1,46	h ₂ ^b	s. sch.	1,45	a ₂	st.
	St.		1,42	h ₂ ^b	sch.	1,38	a ₂	s. sch.
	St.		1,35	h ₂ ^b	st.	1,35	R.	
	St.		1,28	h ₂ ^b +	s. st.	1,30	R.	
	St.		1,25	h ₂ ^b +	st.	1,25	St.	
	St.		1,20	h ₂	sch.	1,20	g ₂ ^b	s. sch.
	St.		1,17	St.		1,15	g ₂ ^b	sch.
	St.		1,12	a ₂ ^b	s. sch.	1,08	g ₂ ^b	s. st.
	St.		1,06	g ₂ [#]	sch.	1,06	g ₂ ^b	st.
m	St.		0,93	g ₂ ^b	st.	0,90	g ₂ ^b	s. sch.
0,85	a ₂	s. sch.	0,90	g ₂ ^b	sch.	0,85	R.	
0,80	a ₂	st.	0,85	St.		0,80	d ₂ [#]	s. sch.
0,75	a ₂	s. sch.	0,70	e ₂	s. sch.	0,65	d ₂ [#] —	sch.
0,65	St.		0,60	e ₂ ^b	sch.	0,60	d ₂	st.
0,57	f ₂	s. sch.	0,54	d ₂	st.	0,55	d ₂ —	s. sch.
0,48	d ₂ [#]	sch.	0,50	d ₂ ⁺	sch.	0,40	St.	
0,45	d ₂ [#]	s. sch.	0,46	d ₂ [#]	s. sch.	0,35	a ₁ [#]	sch.
0,40	St.		0,40	St.		0,30	a ₁ [#]	s. sch.
						0,25	St.	
0,30	St.		0,30	ub.	s. sch.			
0,20	St.		0,20	ub.	s. sch.	0,20	R.	
0,15	St.		Ausfließen in dünner VVand, wenigst. wenn man nicht berührt			0,15	d ₁ ^b	s. sch.

[Abkürzungen: R., Rauschen; St., Stille; sch., schwach; st., stark; s. st., sehr stark; ub., unbestimmbar. — Bei einer Höhe der Ansatzröhre von

Diese Tafel zeigt 1) dafs die Anzahl der Schwingungsbäuche abnimmt, sobald die Höhe der Ansatzröhre gröfser oder kleiner ist als der Durchmesser derselben, 2) dafs bei immer geringeren Druckhöhen der Ton zum Vorschein kommt, sobald die Höhe der Ansatzröhre sich von der Gleichheit mit dem Durchmesser derselben in dem einen oder anderen Sinne entfernt.

Wir fügen hinzu, dafs in dem Falle der Gleichheit mit dem

fel IV.

Höhe der Ansatzröhren

5mm,456			6mm,652			7mm,212		
Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne	
	Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke
m			m			m		
1,70	$g_2 -$	s. sch.	1,70	St.		1,70	St.	
1,60	$g_2 -$	sch.	1,60	St.		1,60	St.	
1,57	g_2	st.	1,55	St.		1,55	St.	
1,55	g_2	st.	1,50	St.		1,50	St.	
1,50	g_2	s. sch.	1,45	St.		1,45	St.	
1,42	St.					1,42	ub.	
1,40	R.		1,40	St.		1,40	St.	
1,35	St.					1,35	St.	
1,34	f_2	s. sch.	1,34	e_2^b	sch.	1,30	St.	
1,30	f_2	sch.	1,28	e_2^b	st.	1,25	St.	
1,20	$f_2 +$	st.	1,23	e_2	st.	1,20	ub.	
1,10	$f_2 +$	s. st.	1,12	c_3	s. sch.	1,10	St.	
1,08	$f_2 +$	sch.				1,00	St.	
1,05	R.		1,05	c_3	s. sch.	0,90	St.	
0,83	c_2	s. sch.	0,85	St.		0,80	$a_1^{\#}$	s. sch.
0,75	c_2	sch.	0,79	$a_1^{\#}$	sch.			
0,70	$c_2 +$	st.	0,76	$a_1^{\#}$	st.	0,73	$a_1^{\#}$	sch.
0,65	$c_2 +$	s. st.	0,65	$a_1^{\#}$	sch.	0,65	$a_1^{\#}$	s. sch.
0,55	$c_2 +$	st.	0,52	St.		0,55	St.	
0,53	$c_2 +$	sch.	0,47	e_2^b	sch.	0,50	$d_1^{\#}$	s. sch.
0,42	R.		0,40	e_2^b	st.	0,43	$d_1^{\#}$	sch.
0,37	f_2	sch.	0,35	e_2^b	sch.	0,39	$d_1^{\#}$	s. sch.
0,32	$f_2 -$	st.				0,30	St.	
0,27	R.		0,25	St.				
0,23	$a_1 +$	s. sch.						
0,20	$a_1 +$	sch.	0,20	ub.	s. sch.	0,20	St.	
0,18	$a_1 +$	s. sch.						
			0,15	St.		0,15	St.	

2mm,726 war es unmöglich einen Ton zu erhalten, wenn das Ausfließen in der Luft statthatte; es geschah wie aus dünner VVand.]

dem Durchmesser die Töne ihre größte Stärke zu erreichen fähig scheinen.

Was den Einfluss der Höhe auf die Anzahl der Schwingungen selbst betrifft, so ersieht man aus der Tafel, daß diese Anzahl zunimmt in dem Maafse als die Ansatzröhre kürzer wird. Es wäre aber schwierig zu bestimmen, nach welchem Gesetz, weil, wenn die Höhe der Ansatzröhre sehr groß oder sehr klein wird, die entstehenden Töne sehr

schwach sind, so dafs es also fast unmöglich ist, die Stufe derselben zu bestimmen. Man kann blofs sagen, dafs die Anzahl der Schwingungen sich von dem umgekehrten Verhältnifs der Höhe des Ansatzrohrs wenig zu entfernen scheint.

Da, wie schon gesagt, das vollstrahlige Ausfliessen (*l'écoulement à gueule bée*) nicht mehr statthaben kann, sobald die Höhe der Ansatzröhre kleiner ist als die Hälfte des Durchmessers derselben, so ist über diese Gränze hinaus kein Ton mehr möglich; allein es liefse sich glauben, dafs wenn das Ausfliessen, statt in Luft, in Wasser geschähe, doch noch ein Vibrationszustand sich einstellen könnte. Denn, wie wir in einer anderen Arbeit gezeigt haben, bemerkt man am Ursprung der Ader sehr energische Pulsationen, sobald das Ausfliessen in Wasser geschieht, selbst bei einer kreisrunden Oeffnung in dünner Wand. In der That zeigt unser Versuch, dafs, sobald das Ausfliessen in Wasser geschieht, äufserst kurze Ansatzröhren sehr intensive Töne erzeugen können, und dazu nur erforderlich ist, dafs die Höhe derselben nicht geringer als etwa ein Viertel ihres Durchmessers sey. Er zeigt überdiess, dafs, noch weit über diesen Punkt hinaus, selbst wenn die Höhe nicht ein Zehntel des Durchmessers übersteigt, eine Tonbildung stattfinden kann, so dafs blofs bei dem Ausfliessen in dünner Wand der Ton unmöglich, oder vielmehr, wegen seiner Schwäche, für unsere Organe unvernnehmbar ist; denn wir haben gezeigt, dafs dann noch der Ausflufs der Flüssigkeit mit einer periodisch veränderlichen Geschwindigkeit geschieht.

Die in vorstehender Tafel aufgeführten Versuche wurden alle solchergestalt wiederholt, dafs man die untere Ebene der Ansatzröhre (*le plan porte-ajutage*) in ein Abflufs-Gefäfs (*case à déversoir*), worin also das Niveau constant blieb, 1 Centim. tief eintauchte. Bei den Ansatzröhren von 5^{mm},456; 6^{mm},652; 7^{mm},212 und 7^{mm},944 Höhe, also einer gröfseren Höhe als der Durchmesser, der 5^{mm},4 betrug, hatte die Anwesenheit des neuen Mediums kein anderes Resultat als den Ton ein wenig zu erniedrigen, zu-

weilen um fast eine Viertelstufe, ein Umstand, der aus dem grofsen Widerstand des Mittels, in das die Ader einzudringen hatte, erklärlich ist. Mit der Ansatzröhre von $4^{\text{mm}},816$ Höhe beobachtete man noch keine bedeutende Abweichung von dem, welcher beim Ausflufs in der Luft entstand; allein mit Ansatzröhren von $4^{\text{mm}},21$ und $3^{\text{mm}},626$ zeigte sich der Einflufs des neuen Mittels ungemein hervorstechend; diefs erhellt aus der folgenden Tafel, welche die Resultate enthält, die mit einer selben Glasröhre von $1^{\text{mm}},70$ Höhe und $0^{\text{mm}},05$ Durchmesser erhalten wurden; die untere Oeffnung der Ansatzröhre dabei 1 Centimeter tief in Wasser getaucht.

Diese Tafel enthält überdiefs die Resultate von drei anderen noch kürzeren Ansatzröhren, mit welchen das Ausfliessen durch dünne Wand in Luft geschah. Die Höhe der ersten betrug $2^{\text{mm}},726$, die der zweiten $1^{\text{mm}},55$ und die der dritten $1^{\text{mm}},12$. Alle drei sprachen noch sehr gut an, als sie in Wasser getaucht waren. Nur die Intensität der Töne nahm ab, in dem Maafse als die Höhe des Ansatzes kleiner war. Ein Ansatz von $0^{\text{mm}},53$ Höhe d. h. einer 10 Mal geringeren als der Durchmesser, liefs noch einen Ton hören, aber von ungemeiner Schwäche, sobald die Druckhöhe etwa $0^{\text{mm}},40$ betrug. Es war unmöglich, die Tonstufe desselben zu bestimmen.

Bei Ansatzröhren, deren Höhe geringer ist als der Durchmesser, geschieht es zuweilen, dafs man bei mehrmaliger Wiederholung eines und desselben Versuchs verschiedene Resultate bekommt. Eine sehr häufige Veränderung ist die Senkung oder Hebung des Tons um eine ganze Octave. Wie es scheint haben dann die flüssigen Fäden nicht mehr die Stabilität in der Richtung wie bei längeren Ansatzröhren. Aus diesem Grunde ziehen wir aus den in der folgenden Tafel enthaltenen Versuchen keine andere Folgerung als die: dafs beim Ausfliessen in ein und dasselbe Mittel der Schallschwingungszustand existiren kann von Oeffnungen in dünner Wand ab bis zu Ansatzröhren, deren Höhe nicht das Doppelte des Durchmessers übersteigt.

Es ist zu bemerken, daß sehr kurze Ansatzröhren eine äußerst genaue Anfertigung verlangen; der geringste Bart (*bavure*), die leiseste Mißstaltung an den Kanten der Oeff-

Tafel V. *Einfluß der Höhe der Durchmesser der Ansatzröhre 5^{mm}, 4. Höhe*

Höhe der Ansatzröhren

1mm,12			1mm,550			2mm,726		
Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne	
Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke	
m			m			m		
1,70	St.		1,70	g_2	sch.	1,70	c_2	sch.
1,60	St.		1,65	g_2^+	s. sch.	1,60	c_2	sch.
1,50	St.		1,60	St.		1,48	c_2	st.
1,40	St.		1,54	d_2	s. sch.	1,40	St.	
1,35	$d_2^{\#}$	s. sch.	1,40	d_2	sch.	1,37	$d_1^{\#}$	sch.
1,32	$d_2^{\#}$	s. sch.	1,30	$d_2^{\#}$	st.	1,27	$e_1^b -$	s. st.
1,23	e_2^b	sch.	1,26	e_2^b	s. st.	1,17	e_1^b	st.
1,18	f_2	s. st.	1,20	e_2	st.	1,04	f_1	w. st.
1,11	$f_2 -$	w. st.	1,12	$e_2^{\#} -$	sch.	0,98	$f_1^{\#}$	m. st.
1,07	f_2^+	s. st.	1,00	f_2	s. sch.	0,93	R.	
1,00	$f_2^{\#}$	sch.	0,94	$f_2^{\#}$	u. sch.	0,80	$a_2^{\#}$	sch.
0,98	$f_2^{\#}$	s. sch.	0,90	St.		0,72	$a_2^{\#}$	m. st.
0,97	St.		0,88	$a_1^{\#}$	s. sch.	0,61	R.	
0,90	St.		0,70	$h_1 -$	sch.	0,50	R.	
0,85	St.		0,60	c_2	st.	0,41	$f_2^{\#}$	sch.
0,80	h_1	s. sch.	0,51	$c_2^{\#}$	sch.	0,30	R.	
0,75	h_1	sch.	0,40	d_2	s. sch.	0,20	R.	
0,67	$c_2 -$	st.	0,35	St.		0,10	R.	
0,60	d_2^b	s. st.		St.				
0,55	d_2	w. st.		St.				
0,50	$d_2^{\#}$	s. st.	An den Punkten, wo der Ton am stärksten ist, sinkt er zuweilen um eine Octave					
0,45	e_2^b	sch.						
0,41	e_2^b	s. sch.						
0,35	St.							
	St.							

[Abkürzungen: w. st., weniger stark; m. st., stärker;

nung ist genügend die Entstehung des Tons zu hindern. Die Construction dieser Ansatzröhren hat mir viele Sorgfalt gekostet.

Ansatzröhre. — Ausfluß in Wasser.
der Glasröhre 1^m,70. Durchmesser 0^m,05.

Höhe der Ansatzröhren

3mm,626			3mm,626 ¹⁾			4mm,21			4mm,21		
Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne	
Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke	
1,70	c_1	sch.	1,70	$c_1 c_3$	s. sch.	1,70	St.		1,70	St.	s. sch.
1,55	$c_1 +$	st.	1,50	$d_1 d_3$	sch.	1,53	c_1	sch.	1,60	a_2	sch.
1,48	$c_1 \#$	st.	1,41	d_1	st.	1,40	$c_1 \#$	st.	1,50		st.
1,42	d_1	s. st.	1,37	d_1	sch.	1,33	d_1	sch.	1,45	$a_2 +$	s. st.
1,33	$d_1 +$	st.	1,30	d_1	s. sch.	1,20	R.		1,41	$a_2 +$	sch.
1,28	$d_1 \#$	st.	1,28	R.		1,12	$f_1 \#$	sch.	1,38	$a_2 \#$	s. sch.
1,17	$e_1 \#$	sch.	1,26	$h_2 \#$	s. sch.	1,05	$g_2 \#$	w. sch.	1,37	$h_2 \#$	
1,10	$c_1 \# -$	s. sch.	1,22	h_2	sch.	1,00	$g_2 \#$	st.	1,35	R.	
1,07	St.		1,14	h_2	st.	0,85	$g_2 \#$	sch.	1,20	R.	
0,92	g_2	sch.	1,12	h_2	s. sch.	0,80	St.		1,12	R.	
0,77	St.		1,10	R.		0,70	$d_2 +$	sch.	1,10	$f_2 \#$	sch.
0,60	d_2	s. sch.	1,00	g_2	sch.	0,63	d_2	sch.	0,98	g_2	s. st.
0,58	d_2	sch.	0,90	g_2	st.	0,52	d_2	sch.	0,92	$g_2 +$	sch.
0,48	$d_2 +$	m. st.	0,85	$g_2 -$	sch.	0,50	St.		0,85	R.	
0,46	$d_2 \#$	st.	0,80	g_2	s. sch.	0,30	R.		0,68	c_2	sch.
0,35	$d_2 \#$	sch.	0,75	R.					0,58	$c_2 \#$	st.
0,27	$d_2 \#$	s. sch.	0,68	R.					0,50	d_2	sch.
0,25	St.		0,65	$d_2 -$	s. sch.				0,46	d_2	s. sch.
			0,55	d_2	sch.				0,44	St.	
			0,47	$e_2 \#$	s. sch.				0,36	St.	
			0,45	R.					0,35	u.	
			0,32	$a_2 \#$	s. sch.				0,28	u.	u. sch.
			0,25	St.					0,25	St.	u. sch.
			St.						St.		

Man erhält bald das eine, bald das andere der beiden Resultate

u. sch., ungemein schwach. Die übrigen wie vorhin.]

1) Identisch dieselbe Ansatzröhre wie beim vorherigen Versuch.

4. Einfluss des Durchmessers der Behälter-Röhre.

Um den Einfluss der Behälter - Röhre zu studiren, bediente ich mich einer einzigen Ansatzröhre, deren Durchmesser, gleich der Höhe, 2^{mm},25 betrug, und successive an eine Röhre von verschiedenen Durchmessern angesetzt wurde. Die erhaltenen Resultate finden sich in der Taf. VI.

Aus dieser Tafel geht hervor, dass die Anzahl der Schwingungen nicht merklich durch den Durchmesser der Röhre abgeändert wird, allein dass dieser Durchmesser auf die Anzahl der Bäuche einen Einfluss ausübt, der desto größer ist, als der Röhrendurchmesser selber größer ist oder das Gefäß sich langsamer leert. Bei einer Ansatzröhre von 12^{mm},6 Durchmesser an einer Röhre von 1^m,69 Länge und 0^m,052 Durchmesser zeigte sich z. B. nur ein einziger Bauch, dessen Intensitätsmaximum der Druckhöhe 1^m,48 entsprach und den Ton $d_1 +$ oder d_1^* gab.

Gehen wir jetzt zur Untersuchung der Erscheinungen über, welche cylindrische Ansätze darbieten, bei Anfügung an Röhren, die an Gefäßen von weit größerem Durchmesser, worin das Niveau entweder constant oder nicht constant erhalten wird, befestigt sind.

Bestimmt man bei einer gegebenen Röhre und gegebenen Ansatzröhre die Lage der Intensitätsmaxima des Tons, verkürzt darauf diese Röhre solchergestalt, dass wenn man sie senkrecht am Boden und in der Mitte eines weiteren Gefäßes befestigt, die Druckhöhe eine von denen sey, welche diese Intensitätsmaxima gaben, so entsteht noch der Ton, und, wenn das Niveau constant gehalten wird, erlangt er eine äußerst merkwürdige Stärke.

Glasröhren von 62 Centim. Länge und einem Durchmesser, der von 17 bis 63 Millim. ging, wurden nach einander an einem und demselben Holzkübel befestigt, der oben 46,5 und unten 38 Centim. im Durchmesser hielt. Die mit der Ansatzröhre von 2^{mm},15 erhaltenen Töne waren dieselben wie in Tafel I bei den Druckhöhen 1^m,10,

0^m,95 und 0^m,65. Bei der ersten Druckhöhe erhielt man den Ton g_3^* , bei der zweiten f_3^* und bei der dritten d_3^* , welcher sehr wenig von e_3^* abweicht; alles bei jeglichem Durchmesser der Röhre.

Ein Ansatz von 5^{mm},4 an einer Glasröhre von 0^m,05 Durchmesser und 1^m,23 Höhe, die in der Mitte des ebenen und kreisrunden Bodens eines großen Kupfergefäßes von 0^m,68 Durchmesser und 0^m,12 Höhe befestigt war, gab ebenso, bei den Druckhöhen 1^m,23 und 1^m,26 den Ton f_2 + ungemein stark, und dieser Ton ist genau derselbe, wie im Fall die Ansatzröhre an eine bloße Glasröhre von demselben Durchmesser safs, wie man aus der Tafel II erschen kann.

Tafel VI. Einfluss des
Durchmesser der Ansatzröhre 2^m15;

Höhe der Röhre 1 ^m ,20 Durchmesser derselb. 0 ^m ,03			Höhe der Röhre 1 ^m ,70 Durchmesser ders. 0 ^m ,05		
Druckhöhe	Töne		Druckhöhe	Töne	
	Höhe	Stärke		Höhe	Stärke
			1,65	h_3	sch.
			1,50	R.	
			1,455	$a_3^{\#}$	st.
			1,375	R.	
			1,285	a_3	st.
			1,21	R.	
1,165	a_3	st.	1,17	a_3^b	st.
			1,12	R.	
1,05	R.		1,08	$g_3^{\#}$	st.
			1,04	R.	
			0,99	g_3^b	st.
0,94	$g_3^b +$	st.			
			0,85	R.	
0,77	R.				
0,675	$d_3^{\#}$	st.	0,70	d_3^b	st.
0,50	R.		0,60	R.	
0,43	h_3^b	st.	0,49	c_3^-	
			0,45	R.	
			0,35	g_2	st.
0,25	St.		0,26	g_2	s. st.
0,19	d_2	st.	0,20	St	
0,11	g_1	sch.			
0,09	St.				

[Abkürzungen: z. st., ziemlich stark.]

*Durchmessers der Behälter-Röhre.**Höhe der Ansatzröhre 2^m,15.*

Höhe der Röhre 1 ^m ,67 Durchmesser 0 ^m ,85			Höhe der Röhre 0 ^m ,775 Durchmesser 0 ^m ,165			Dieselbe Röhre wie zuvor		
Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne		Druck- höhe	Töne	
	Höhe	Stärke		Höhe	Stärke		Höhe	Stärke
^m			^m			^m		
1,67	R.		0,775	$d_3 +$	sch.	0,775	$d_3^\#$	s. sch.
1,50	a_1 u. a_2	sch.	0,68	d_3	sch.	0,75	$d_3^\# -$	sch.
1,40	a_3	sch.	0,65	$d_3 -$	sch.	0,70	d_3	sch.
1,35	a_3	st.	0,60	$c_3 +$	sch.	0,65	d_3^b	sch.
1,30	R.		0,55	$c_3 -$	sch.	0,60	$c_3^\#$	sch.
1,20	a_3^b	z. st.	0,50	h_3	sch.	0,55	c_3	w. sch.
1,15	R.		0,45	$a_3^\#$	sch.	0,50	$h_3 -$	st.
1,10	$a_3^\#$	z. st.	0,40	a_3^b	sch.	0,45	$a_3^\#$	sch.
1,06	R.		0,36	a_3^b	sch.	0,40	$a_3^\#$	sch.
1,02	a_3	sch.	0,35	g_3	st.	0,35	g_3	w. sch.
1,00	a_3	st.	0,30	f_3	sch.	0,30	$f_3^\#$	w. sch.
0,95	$f_3^\#$	w. st.	0,28	$f_3 +$	st.	0,25	$d_3^\#$	sch.
0,87	R.		0,25	$c_3 -$	sch.	0,20	d_3^b	m. sch.
0,85	e_3	sch.	0,20	d_3^b	sch.	0,15	$a_1^\#$	s. sch.
0,80	e_3	w. sch.	0,18	c_3	sch.			
0,75	R.		0,15	$a_1^\#$	s. sch.			
0,72	$d_3^\#$	sch.						
0,70	$d_3^\# -$	m. st.						
0,60	d_3^b	s. st.						
0,55	c_3	w. st.						
0,49	c_3	s. sch.						
0,45	R.							
0,42	a_2	s. sch.						
0,40	a_2	s. st.						
0,38	St.							
0,35	g_3	s. sch.						
0,32	g_3	s. st.						
0,28	g_3	m. sch.						
0,27	St.							
0,25	e_3	sch.						
0,22	e_3	st.						
0,18	$c_3^\#$	w. st.						
0,15	h_1	sch.						
0,12	St.							

Die übrigen wie vorhin.]

Allein als dieser Versuch mit Ansatzröhren von größerm Durchmesser angestellt wurde, während im Uebrigen die Apparate die eben beschriebene Einrichtung behielten, war zwischen den Tönen, die beim Ausflufs durch ein Rohr von überall gleichem Durchmesser entstanden, und denen, die beim Ausflufs durch ein an ein engeres oder weiteres Gefäß angesetztes Rohr erzeugt wurden, keine Uebereinstimmung mehr vorhanden.

Diese Uebereinstimmung wird auch zerstört, wenn die Höhe der Glasröhre in Bezug auf die des darüber befindlichen Gefäßes nicht beträchtlich ist, was offenbar beweist, daß die Anzahl der Schwingungen an der Mündung nicht alleinig von dem abhängt, was an der Mündung selbst vorgeht, sondern auch, wenigstens zum Theil, von den Bewegungen der Flüssigkeiten in der Röhre. Diese Bewegungen müssen nun beim Uebergange der Flüssigkeit aus einem weiteren in ein engeres Gefäß sehr bedeutend abgeändert werden, denn es muß sich an der oberen Gränze der Röhre eine Contraction bilden, die nothwendig auf die Geschwindigkeit der Flüssigkeit einwirkt, so daß der Vorgang ein solcher ist, wie wenn sich die Druckhöhe geändert hätte.

Dem oben beschriebenen Kupfergefäß fügte man eine Glasröhre an, die eine Ansatzröhre von 4^{mm},65 Durchmesser und Höhe trug. Die gesammte Druckhöhe war 1^m,06. Verengte man die obere Mündung der Röhre durch eine auf den Boden des Gefäßes gelegte Scheibe, so sank der Ton, anfangs wenig, allein viel, so wie die Scheibe die Hälfte der Mündung bedeckte. Diese Senkung hängt offenbar davon ab, daß sich die Ausflufsgeschwindigkeit verringert.

Mit den Apparaten von der eben beschriebenen Einrichtung erlangt der Ton eine sehr große Intensität und eine Art sehr merkwürdiger Schärfe (*mordant*), vor allem wenn das Niveau in dem Gefäße, welchem die den Ansatz tragende Röhre angefügt ist, constant erhalten wird. Die hier in Rede stehenden Versuche wurden mit Ansatzröhren von

1^{mm},25 bis 12^{mm},60 Durchmesser wiederholt und alle gaben beständig dasselbe Resultat ').

Versuche mit Lockpfeifen (*appeaux*).

1. Die Lockpfeifen ertönen sowohl in Wasser mit Wasser, als in Luft mit Luft, als auch in Luft mit Wasser; aber sie sprechen nur bei gewissen Druckhöhen an.

2. Wenn man dem cylindrischen Theil einer gewöhnlichen Lockpfeife eine Eprouvette anfügt, so zeigt sie einen negativen Druck an, der zwar, besonders bei den tieferen Tönen, sehr schwach ist, aber doch für die höheren Töne mehrere Millimeter beträgt.

3. Es wurde ein Apparat zusammengesetzt aus dem Kübel, dessen Dimensionen vorhin angegeben sind, und einer Glasröhre von 62 Centim. Länge und 25 Millimeter Durchmesser.

Höhe der Röhre zwischen den beiden Scheiben der Lockpfeife 7^{mm},75; Durchmesser 19^{mm},25. Höhe der oberen Mündung 1^{mm},3; Höhe der unteren 6^{mm},15; Durchmesser beider 4^{mm},65.

Wenn das Ausfließen in Luft geschieht, entsteht bei der vollen Druckhöhe, die 1^m,10 beträgt, ein sehr starker Ton, nämlich h_0^b und h_1^b oder h_2^b . Derselbe sinkt, wenn die Druckhöhe abnimmt.

Bei der Druckhöhe von 83 Centimet. entsteht der Ton f_2 , welcher vorwaltet, und ein tiefer Ton, der unbestimmbar ist. Unterhalb dieser Druckhöhe wird der Ton unrein

- 1) Hier endet der erste, noch von ihm selbst in Ordnung gebrachte Theil der Untersuchungen meines Bruders. Er bildet den ersten Paragraphen der Arbeit, die er unternommen hatte. Es blieben noch drei Paragraphen zu behandeln und ohne Zweifel hatte er die nöthigen Versuche dazu angestellt oder entworfen; allein ich habe in den von ihm hinterlassenen Papieren nur wenige Bemerkungen in Bezug auf diesen Gegenstand vorgefunden. Ich werde diese Bemerkungen hier geben, weil sie schätzbare Thatsachen enthalten; aber ich halte es für sehr schwierig, daraus unmittelbare Schlüsse zu ziehen.

N. Savart.

und intermittirend; immer hört man abwechselnd einen tiefen und einen hohen Ton, der tiefe Ton ist a_1^b bei der Druckhöhe von 66 Centim. Es sammelt sich immer Luft in der Höhlung, die man durch plötzliches Verschließen der Mündung fortschafft.

Keht man die Lockpfeife um, so giebt sie anfangs nur einen dumpfen, ungewissen, tiefen Ton, gleichsam ein Brodeln (*bouillonnement*); allein bei 66 Centimet. Druckhöhe giebt sie den Ton h_1^b rein, und fährt bei den schwächsten Druckhöhen fort in der Röhre zu ertönen. — Bei seiner ersten Einrichtung liefert der Apparat schöne Töne mit der Luft.

4. Einfluß der Zwischen-Röhre c (*tube entre-plaque*). — Platten von gleicher Dicke. Durchmesser beider Mündungen $4^{mm},55$, Höhe der Zwischenröhre $6^{mm},4$; Durchmesser 20 Millimeter.

Bei der ganzen Druckhöhe erhielt man den Ton g_2^b oder g_1^b , eher g_2^b . Der Ton hatte einen eigenthümlichen Klang, ähnlich dem der Stimme. Bei der Druckhöhe von 87 Centim. hörte man zwei Töne, g_2^b und f_2 ; dann bei fortwährend abnehmender Druckhöhe ward der Ton schwächer und verschwand fast ganz. Bei etwa 40 Centim. Druckhöhe erschien ein tieferer Ton, bei 20 Centim. etwa ein anderer. Die Erscheinungen waren dieselben wie bei einfacher Mündung.

5. Mit demselben Apparat wurde ein anderer Versuch gemacht, nur war die Höhe der Zwischenplatte größer, gleich $30^{mm},7$. Man erhielt keinen Ton, aber der Apparat ertönte mit Luft.

6. Höhe von c (der Zwischenröhre) $5^{mm},4$. — Bei der ganzen Druckhöhe erhielt man g_2 ziemlich stark; der Ton g_2^b war einen Augenblick hörbar, und bald darauf verschwand g_2 . Der Ton g_2^b war stärker als g_2 . Bei 94 Centim. Druckhöhe verschwand der Ton, dann ward er bei 70 Centim. Druckhöhe heiser, zwischen f_2 und f_2^b . Bei 10 Centim. etwa war der Ton sehr tief in der Röhre. — Der Apparat ertönt in Luft und in Wasser.

7. Die untere Platte ward ersetzt durch eine andere mit einer Oeffnung in dünner Wand von etwas größerem Durchmesser als die obere Oeffnung.

Bei der ganzen Druckhöhe erschien g_2^b intermittirend, ziemlich stark, sobald der Ausfluß in Luft geschah; in Wasser war der Ton sehr gut und continuirlich. Der Wasserstrahl war offenbar aus kleinen Tropfen zusammengesetzt. Die Intermittenzen waren um so länger als die Druckhöhe abnahm.

Bei 76 Centim. war der Ton in Luft continuirlich, aber er schwächte sich und ward f_2^* . Bei 70 Centim. war fast kein Ton da.

Man kehrte nun den Apparat um, so daß die Oeffnung in dünner Wand oben war. Man erhielt ein sehr starkes Brodeln. Der Ton war bei keiner Druckhöhe rein. Der Apparat ertönte mit Luft.

8. Man verfertigte einen neuen Apparat der Art mit der größten Sorgfalt. Höhe der Röhre c 6^{mm},4; Durchmesser 20 Millim. Die Oeffnung in dünner Wand war unten angebracht. Der Durchmesser beider Oeffnungen betrug 4^{mm},75; sie waren vollkommen gleich. Brodeln; kein reiner Ton, ausgenommen im Augenblick wo das Niveau des Wassers durch das Ende der Röhre ging.

Man kehrte den Apparat um, so daß die Oeffnung in dünner Wand nach oben kam. Kein Ton, nicht mal ein Brodeln. Bei der Druckhöhe von 80 Centim. entstand in-
deß der Ton g_2 — sehr stark und sehr rein.

Man begann wiederum. Anfangs kein Ton, dann Brodeln, das nach und nach abnahm und dem Ton a_2^b Platz machte; anfangs bei 82 Centim. Druckhöhe war dieser zitternd, dann, bei 73,5 Centim. Druckhöhe sehr rein und sehr stark, worauf er auf g_2^b herabsank. Der Ton erhielt sich bis der Wasserspiegel durch das Ende der Röhre ging, dann ward er allmähig schwächer und tiefer.

9. Statt der Röhre c wurde eine weniger hohe, von 5^{mm},4, genommen. Der Ton entstand bei jeder Druckhöhe; er war a_2^* . — Man berührte die Oeffnung mit dem

Finger; der Ton änderte sich; es entwich Luft und man erhielt f_2 mit Brodeln. Dann sprach sie sehr gut an, wenn man die Mündung zum Theil verschloß, und er vertiefte sich um so mehr als man die Mündung verengte. — Es entstand ein Ton beim Eintritt, in der Glasröhre, und der Ton vertiefte sich immer mit der Druckhöhe.

Man kehrte die Lockpfeife um, so daß die Oeffnung in dünner Wand nach unten kam. Der Ton war stark, sehr stark und rein bei der vollen Druckhöhe von 1^m,10; darauf berührte man die Oeffnung mit dem Finger. Der Ton war g_2^b .

Bei 90 Centim. Druckhöhe schwächte sich der Ton und es gab nur Brodeln. Dann hörte man zwei Töne, f_2^* und a_1^* —; die Druckhöhe war nun 88,5 Centim. Der Ton a_1^* —, zu $a+$ geworden, erhielt sich bis zur Druckhöhe von 82 Centim.; dann verschwand er fast ganz, wie der Ton $a+$; es war nur noch ein Brodeln da.

10. Statt der Röhre von 25 Millim. Durchmesser und 62 Centim. Länge nahm man eine von gleichem Durchmesser und 34,5 Centim. Höhe; sonst blieb der Apparat unverändert.

h_1^* sehr gut, allmählig sich vertiefend. Die Druckhöhe anfangs 54,5 Centim. Der Ton ward schwächer und verschwand bei 38,5 Centim. Druckhöhe; dann war er h_1+ .

Man nahm eine noch kürzere Röhre von gleichem Durchmesser. Bei der ganzen Druckhöhe, die 54 Centim. betrug, war der Ton h_1^* .

Mit noch kürzerer Röhre von gleichem Durchmesser erhielt man keinen Ton, es wäre denn einen sehr dumpfen. Gegen Ende der Druckhöhe vernahm man f_0 ziemlich rund: bei etwa 15 Centim. Druckhöhe war er in seiner Stärke. Bei der vollen Druckhöhe hatte der Apparat den Ton g_1^* gegeben, welcher bald darauf verschwand.

Bemerk. des Hrn. N. Savart. — Die Abhandlung meines Bruders sollte aus vier Theilen bestehen. Der eben mitgetheilte ist der erste und dieser ist vollständig. Die

Data zur Ausarbeitung der übrigen drei fehlen bis auf einige Versuche, deren Resultate und Folgerungen am Ende des dritten Theils Platz gefunden haben würden.

III. *Ueber die Faraday'sche Theorie der magnetischen Kraftlinien; von Re van Rees.*

(Mügetheilt vom Hrn. Verf. aus den Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam. Bd. I.)

Neben den beiden üblichen Hypothesen zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen ist in jüngster Zeit von Faraday eine neue Ansicht über das Wesen des Magnetismus aufgestellt worden. Den magnetischen Flüssigkeiten Coulomb's und den Molecularströmen Ampère's gleich abgeneigt, nimmt Faraday *Linien magnetischer Kraft*, die jeden magnetischen Körper umgeben, zur Grundlage seiner Theorie. Mit dem Namen Linien magnetischer Kraft bezeichnet er die Linien, welche eine kleine Magnethadel beschreibt, wenn man sie so fortbewegt, daß ihre Richtung fortwährend die Tangente zur Bewegungslinie bleibt. Die seit lange bekannten auf einem über einen Magnet gehaltenen Kartenblatt erzeugten Figuren von Eisenfeilicht, stellen die magnetischen Kraftlinien in der Ebene des Blattes anschaulich vor. Nicht nur die Richtung, sondern auch die Intensität der magnetischen Kraft wird nach Faraday durch diese Linien angezeigt. Er meint, daß man die Erklärung der magnetischen Erscheinungen an sie anknüpfen müsse; auch verhehlt er nicht, daß er eine unmittelbare Wirkung in die Ferne, die in den früheren Hypothesen angenommen wird, für unwahrscheinlich halte, vielmehr geneigt sey, sich die Magnetkraft vorzustellen, als fortgepflanzt durch irgend ein Medium, wie das Licht und die strahlende Wärme, in welchem Falle die magnetischen Kraftlinien als

die Richtungslinien der Fortpflanzung betrachtet werden können.

Im vorigen Jahre erschien als Fortsetzung der Experimentaluntersuchungen über Elektrizität, welche wir diesem unermüdeten Gelehrten verdanken, eine ausführliche Abhandlung über diesen Gegenstand. Er stellt sich darin die Aufgabe, seine Auffassung des Magnetismus einer weiteren experimentellen Prüfung zu unterwerfen ¹⁾.

Die magnetischen Kraftlinien können erkannt werden, entweder durch ihre Wirkung auf die Magnetonadel, oder durch den Inductionsstrom, den sie in einem, quer hindurchgelegten Metalldrahte erregen. Faraday benutzt dieses zweite Mittel, als mehr allgemein anwendbar und mehr geeignet, um zu neuen Resultaten zu führen. Auf diesem Wege gelangt er zu experimentellen Schlüssen über die Eigenschaften der Kraftlinien, deren Uebereinstimmung mit seiner theoretischen Ansicht ihm derselben den Vorrang zu sichern scheint, welchen er ihr zuerkennt.

Damit ein richtiges Urtheil über den relativen Werth dieser neuen Theorie gefällt werden könne, ist vor Allem zu untersuchen nöthig, ob die Versuche Faraday's mit den früheren Theorien im Streite seyen. Nur wenn dieses stattfindet, kann seine neue Arbeit als Beweis gegen sie angeführt werden. Nun hat aber W. Weber schon vor mehreren Jahren in der Hypothese der magnetischen Flüssigkeiten das Grundgesetz der Magneto-Induction in mathematischer Form aufgestellt. Ich beabsichtige in diesem Aufsatz zu untersuchen, in wiefern das Weber'sche Gesetz mit den Experimenten Faraday's in Einklang stehe, beschränke mich jedoch der Kürze wegen auf die zwei wichtigsten Versuchsreihen (Art. 3084 bis 3099 und 3192 bis 3202), was um so mehr erlaubt seyn wird, als Faraday seine

1) *Philosoph. transact.* 1852 p. 25 u. 137. Im Auszuge in diesen Annalen Ergänzungsbd. III. 535, 542. In einer spätern Abhandlung entwickelt Faraday, *Phil. Magaz.* (4) III. die Gründe für die *physische* Existenz der Kraftlinien.

seine Schlüsse hinsichtlich der Eigenschaften der Kraftlinien vorzüglich auf diese Reihen gegründet hat. Später wird sich zeigen, daß auch diese Schlüsse unmittelbar aus dem Grundgesetze der Induction abgeleitet werden können.

Der Apparat, womit die Versuche der ersten Reihe angestellt wurden, bestand aus einem, um seine Axe drehbaren Magnete und einem Metalldrahte (dem inducirten Drahte) der gleichfalls, entweder ganz oder zum Theil, um die nämliche Axe drehbar war, und dessen Enden in der Nähe der verlängerten Axe mit einem Galvanometer in Verbindung standen. Damit ein Theil des Drahtes längs der Axe fortgeführt werden könne, war der Magnet aus zwei schmalen, in geringer Entfernung neben einander gelegten Magnetstäben zusammengesetzt. Für das weitere Detail der Beobachtungen verweise ich auf die Original-Abhandlung.

Bei aufmerksamer Betrachtung der in dieser Reihe enthaltenen Versuche erhellt, daß ihre Resultate in wenigen Sätzen zusammengefaßt werden können, besonders wenn man beachtet, daß die inducirende Kraft eines Magneten auf einen Draht nur von deren *relativer* Bewegung abhängt, weshalb es ganz einerlei ist, ob der Draht sich in einer Richtung oder der Magnet in entgegengesetzter Richtung bewegt, so aber, daß die relative Bewegung in beiden Fällen die nämliche wird. Dieses Princip, wozu alle früheren Untersuchungen über Induction leiten, wird aufs Neue durch die Faraday'schen Experimente, z. B. Art. 3091 bis 3097, erhärtet. Eine unmittelbare Folge ist, daß, wenn Draht und Magnet zugleich um dieselbe Axe rotiren, kein Inductionsstrom entsteht (3092 bis 3093). Weiter kann man, kraft dieses Princip, wenn der Magnet allein gedreht wird, diesen als in Ruhe betrachten, und die Bewegung im entgegengesetzten Sinne dem Drahte zuerkennen. Würde der Magnet mit einem Theile des Drahtes bewegt, so ist es der übrige Theil des Drahtes, dem die Bewegung zugeschrieben werden kann. Die Sätze, die dann aus den

Faraday'schen Versuchen abgeleitet werden können, sind die folgenden:

1. Bei der Umdrehung eines geschlossenen Drahtes um die Axe eines Magnets entsteht kein Inductionsstrom (3094).

2. Ebenso wenig entsteht ein Strom, wenn nur ein in der Axe des Magnets gelegener Theil des Drahts rundgeführt wird, während der übrige Theil ruht (3095 bis 3096).

3. Wenn ein, von einem Punkte auf der verlängerten Axe des Magnets bis zu dessen Oberfläche in der Aequatorial-Ebene sich erstreckender, Theil des Drahtes um die Axe rotirt, wird in dem Drahte ein Strom erregt (3097 bis 3098).

4. Die Stärke dieses Stromes ist nur abhängig von der Lage des Anfangs- und Endpunktes des bewegten Theils, dagegen unabhängig von dessen Lage und Form (3099 bis 3107).

Wir werden jetzt das Weber'sche Grundgesetz der Magneto-Induction auf den hier vorliegenden Fall anzuwenden trachten.

Es sey μ eine magnetische Masse in einem Punkte angehäuft und entweder positiv oder negativ, je nachdem sie aus dem nördlichen oder südlichen Fluidum besteht,

ds ein Element des bewegten Drahts,

u die Geschwindigkeit der Bewegung von ds ,

r die Entfernung von μ bis ds ,

a der Winkel zwischen r und ds ,

ψ der Winkel, den die Richtung von u (die Bewegung von ds) mit der Normale auf die Ebene von r und ds einschließt.

de die elektromotorische Kraft der Induction von μ auf ds in der Richtung dieses Elements ausgeübt;

so ist nach Weber ¹⁾

$$de = \frac{\mu \cdot u \cdot ds}{r^2} \sin a \cdot \cos \psi \quad \dots \quad (1).$$

1) Weber's Elektrodynamische Maafsbestimmungen 1846, S. 136. Deutlicher in seiner zweiten Abhandlung. Abhandl. d. math. phys. Klasse der Kgl. Sächs. Gesellsch. I, 361.

Dieser Gleichung kann eine andere, für die folgenden Anwendungen mehr geeignete Form gegeben werden. Man ziehe durch den Mittelpunkt einer willkürlichen Kugel drei, den Richtungen von r , ds und u respective parallel laufende Gerade. Seyen R , S und U (Taf. III., Fig. 1) die Punkte, in welchen diese Geraden die Oberfläche der Kugel schneiden; RT und UV die Bogen aus R und U senkrecht auf die gegenüberstehenden Seiten des sphärischen Dreiecks RSU gefällt, so ist bekanntlich

$$\sin RS \cdot \sin UV = \sin US \cdot \sin RT.$$

Hierin ist $RS = \omega$, $UV = 90^\circ - \psi$. Nennt man weiter

φ den Winkel zwischen ds und u

χ den Winkel, den r mit der Normale auf die Ebene von ds und u macht, so ist

$$US = \varphi, \quad RT = 90^\circ - \chi,$$

daher

$$\sin \omega \cos \psi = \sin \varphi \cdot \cos \chi,$$

und die Gleichung (1) wird

$$de = \frac{\mu u ds}{r^2} \sin \varphi \cdot \cos \chi \quad \dots \quad (2).$$

Diese Gleichung bezieht sich nur auf eine inducirende Masse μ , allein es ist leicht, aus ihr eine mehr allgemeine Gleichung abzuleiten, welche die Wirkung einer willkürlichen Anzahl magnetischer Massen, d. h. eines oder mehrer Magnete ausdrückt. Dazu braucht man nur die Gleichung (2) auf jede in dem Magnet befindliche Masse Nord- oder Süd-Fluidums zu beziehen und die Summe aller so erhaltenen Gleichungen zu nehmen. Bei dieser Summation, welche durch das Zeichen Σ angedeutet werden möge, sind u , ds und φ constant, daher findet man:

$$\Sigma de = u ds \cdot \sin \varphi \cdot \Sigma \frac{\mu}{r^2} \cdot \cos \chi \quad \dots \quad (3).$$

Nun ist $\frac{\mu}{r^2}$ die magnetische anziehende oder abstossende Kraft von μ auf die Einheit nördlichen Fluidums in der Entfernung r , d. h. an der Stelle von ds ausgeübt; daher ist $\frac{\mu}{r^2} \cos \chi$ die Componente der magnetischen Kraft von μ

in der Richtung der Normale auf die Ebene von ds und u , und $\sum \frac{\mu}{r^2} \cos \chi$ die Summe der Componenten der Kräfte aller magnetischen Massen in dieser Richtung. Nennt man daher

R die magnetische Kraft an der Stelle von ds , d. h. die Resultante der Kräfte von allen anwesenden magnetischen Massen auf die Einheit nördlichen Fluidums an dieser Stelle ausgeübt,

ϵ den Winkel, den R mit der Normale auf die Ebene von ds und u einschließt, so ist

$$\sum \frac{\mu}{r^2} \cdot \cos \chi = R \cos \epsilon.$$

Das erste Glied in (3) ist die gesammte elektromotorische Kraft der Induction aller magnetischen Massen auf das Drahtelement ds . Ist diese Kraft gleich dE , so hat man

$$dE = R \cdot u ds \sin \varphi \cdot \cos \epsilon \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

eine Gleichung, die nun allgemein anwendbar ist, wie auch die Zahl und Lage der inducirenden Magnete beschaffen seyn möge. Die Anwendung setzt nur voraus, daß man die Richtung und Stärke der magnetischen Kraft R in jedem Punkte des umgebenden Raumes kenne.

Damit aus (4) die elektromotorische Kraft, in einem endlichen, durch das magnetische Feld bewegten Theile des Drahts inducirt, bestimmt werden könne, muß diese Gleichung in Bezug auf jenen Theil integrirt werden. Zu dem Ende lege man durch einen festen Punkt drei rechtwinklige Coordinatenachsen, und es seyen dann

x , y und z die Coordinaten von ds ,

außerdem

X , Y und Z die Componenten von R ,

∂s der von ds in der unendlich kleinen Zeit ∂t durchlaufene Raum, so daß $\partial s = u \cdot \partial t$ ist,

∂x , ∂y und ∂z die Projectionen von ∂s auf die Coordinatenachsen, so sind die Richtungs-Cosinus von ds und ∂s oder u

$$\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds},$$

$$\frac{\partial x}{\partial s}, \frac{\partial y}{\partial s}, \frac{\partial z}{\partial s},$$

daher die Richtungs-Cosinus der Normale auf die Ebene von ds und u

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial s} \cdot \frac{dz}{ds} - \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{dy}{ds}}{\sin \varphi}, \quad \frac{\frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{dx}{ds} - \frac{\partial x}{\partial s} \cdot \frac{dz}{ds}}{\sin \varphi}, \quad \frac{\frac{\partial x}{\partial s} \cdot \frac{dy}{ds} - \frac{\partial y}{\partial s} \cdot \frac{dx}{ds}}{\sin \varphi},$$

und da $\frac{X}{R}, \frac{Y}{R}, \frac{Z}{R}$ die Richtungs-Cosinus der magnetischen Kraft R sind, so wird

$$\cos \varepsilon = \frac{X \left(\frac{\partial y}{\partial s} \cdot \frac{dz}{ds} - \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{dy}{ds} \right) + Y \left(\frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{dx}{ds} - \frac{\partial x}{\partial s} \cdot \frac{dz}{ds} \right) + Z \left(\frac{\partial x}{\partial s} \cdot \frac{dy}{ds} - \frac{\partial y}{\partial s} \cdot \frac{dx}{ds} \right)}{R \sin \varphi}.$$

Substituirt man diesen Werth und den von $u = \frac{\partial s}{\partial t}$ in (4), so erhält man:

$$dE = X \left(\frac{\partial y}{\partial t} \cdot dz - \frac{\partial z}{\partial t} \cdot dy \right) + Y \left(\frac{\partial z}{\partial t} \cdot dx - \frac{\partial x}{\partial t} \cdot dz \right) + Z \left(\frac{\partial x}{\partial t} \cdot dy - \frac{\partial y}{\partial t} \cdot dx \right)$$

oder

$$dE = \frac{\partial x}{\partial t} (Z dy - Y dz) + \frac{\partial y}{\partial t} (X dz - Z dx) + \frac{\partial z}{\partial t} (Y dx - X dy) \quad (5).$$

Diese Gleichung, in welcher $\frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial z}{\partial t}$ die Componenten der Geschwindigkeit u andeuten, hat die nämliche Allgemeinheit, wie (4). Sie ist anwendbar auf alle Ausbreitungsweisen der Kraft R in dem die Magnete umgebenden Raume.

Der einfachste Fall findet statt, wenn nur ein Magnet angewandt wird und dieser eine cylindrische Form hat. Es fällt dann die Richtung von R in jedem Punkte nothwendig in die, durch diesen Punkt und die Axe des Magnets gelegte Meridianebene. Ferner ist die Ausbreitung der Kraft die nämliche in allen Meridianebenen. Nimmt man daher die Axe des Magnets als Axe der x und ist $p = \sqrt{y^2 + z^2}$ die Senkrechte aus dem Punkte (x, y, z) auf diese Axe gefällt, so kann R in diesem Punkte stets

in zwei Componenten X und $P = \sqrt{Y^2 + Z^2}$ zerlegt werden, die erste parallel der Axe der x , die zweite auf dieser senkrecht, und beide Functionen von x und p .

Der Magnet, dessen Faraday sich bediente, war nicht cylindrisch, sondern aus zwei schmalen Magneten zusammengesetzt, die vereinigt einen Magnet von beinahe quadratischem Querschnitt darstellen. In seiner Wirkung nach Aufsen kann derselbe jedoch nur wenig von einem cylindrischen Magnet verschieden gewesen seyn. Faraday selbst behauptet (3100), dafs seine zwei Magnete wie ein Magnet wirkten, in und um welchen die magnetische Kraft auf die einfachste und regelmäfsigste Weise verbreitet war. Wir glauben uns daher berechtigt, in der nun folgenden Analyse die angegebenen Eigenschaften eines cylindrischen Magnets voraussetzen zu dürfen.

Ersetzt man nun für jeden Punkt (x, y, z) die rechtwinkligen Coordinaten y und z durch die Polar-Coordinaten p und η , wo η der Winkel ist, den die durch den Punkt gelegte Meridianebene mit der Ebene der xy einschliesst, so ist

$$\begin{aligned} y &= p \cdot \cos \eta & Y &= P \cdot \cos \eta \\ z &= p \cdot \sin \eta & Z &= P \cdot \sin \eta. \end{aligned}$$

Da der Draht nicht nothwendig in einer Meridianebene zu liegen braucht, sind längs dem Drahte x , p und η variabel, daher

$$\begin{aligned} dy &= \cos \eta \, dp - p \cdot \sin \eta \, d\eta \\ dz &= \sin \eta \, dp + p \cos \eta \, d\eta. \end{aligned}$$

Bei den Versuchen Faraday's war die Bewegung des Drahtes stets eine Rotation um die Axe des Magnets, daher die Coordinaten x und p des Elements ds constant und nur η variabel; dies giebt

$$\frac{\partial x}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = -p \cdot \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = p \cdot \cos \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Setzt man diese Werthe in (5), so wird

$$dE = (P \cdot dx - X \cdot dp) p \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Bei der Integration längs dem Drahte ist die Winkelgeschwindigkeit constant, und man findet

$$E = \frac{\partial \eta}{\partial t} \int (Pp dx - Xp dp) \quad \dots \quad (6).$$

Liegt der bewegte Theil des Drahtes in der Axe, so ist in diesem Theile, über welchen allein die Integration sich erstreckt, $p=0$ und dann wird $E=0$ übereinstimmend mit (2) S. 419.

Weiter ist bekannt, daß die Differentialformel $Pp dx - Xp dp$ ein vollständiges Differential einer Function von x und p ist, wenn die Differentialquotienten Pp und $-Xp$ der folgenden Gleichung genügen:

$$\frac{d(Pp)}{dp} = \frac{d(-Xp)}{dx},$$

welche nach der Entwicklung giebt:

$$\frac{P}{p} + \frac{dP}{dp} + \frac{dX}{dx} = 0 \quad \dots \quad (7).$$

Nun kann gezeigt werden, daß in unserem Falle diese Bedingung erfüllt ist, denn da die anziehenden und abstossenden magnetischen Kräfte dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sind, ist nach einem bekannten Satze ¹⁾

$$\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0 \quad \dots \quad (8).$$

Nun ist

$$Y = \frac{y}{p} \cdot P \quad \quad Z = \frac{z}{p} \cdot P.$$

daher

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dy} &= \left(\frac{1}{p} - \frac{y}{p^3} \frac{dp}{dy} \right) P + \frac{y}{p} \cdot \frac{dP}{dy}, \\ \frac{dZ}{dz} &= \left(\frac{1}{p} - \frac{z}{p^3} \frac{dp}{dz} \right) P + \frac{z}{p} \cdot \frac{dP}{dz}. \end{aligned}$$

Allein $p^2 = y^2 + z^2$ daher $\frac{dp}{dy} = \frac{y}{p}$, $\frac{dp}{dz} = \frac{z}{p}$ und

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dy} &= \frac{z^2}{p^3} \cdot P + \frac{y}{p} \cdot \frac{dP}{dy} \\ \frac{dZ}{dz} &= \frac{y^2}{p^3} \cdot P + \frac{z}{p} \cdot \frac{dP}{dz}. \end{aligned}$$

¹⁾ Gauss, Resultate aus den Beobacht. des magn. Vereins 1839 S. 6.

Ferner ist P eine Function von x und p , weshalb

$$\frac{dP}{dy} = \frac{dP}{dp} \cdot \frac{dp}{dy} = \frac{y}{p} \cdot \frac{dP}{dp}$$

$$\frac{dP}{dz} = \frac{dP}{dp} \cdot \frac{dp}{dz} = \frac{z}{p} \cdot \frac{dP}{dp}$$

Es wird hieraus

$$\frac{dY}{dy} = \frac{z^2}{p^3} \cdot P + \frac{y^2}{p^3} \cdot \frac{dP}{dp}$$

$$\frac{dZ}{dz} = \frac{y^2}{p^3} \cdot P + \frac{z^2}{p^3} \cdot \frac{dP}{dp}$$

Diese Werthe in (8) substituirt geben

$$\frac{dX}{dx} + \frac{P}{p} + \frac{dP}{dp} = 0,$$

welche Gleichung identisch ist mit (7).

Wir schliessen hieraus, dafs das Integral $\int (Pp dx - Xp dp)$,

in (6) stets eine endliche Function der Coordinaten von x und p ist, woraus unmittelbar folgt, dafs, unabhängig von der Form und Länge des Drahtes, der Werth des über den ganzen Umfang des Drahtes ausgedehnten Integrals gleich Null ist, weil wegen des Zusammenfallens des Anfangs- und Endpunktes die Coordinaten x und p an beiden Gränzen des Integrals denselben Werth haben. Deshalb ist dann nach (6) die elektromotorische Kraft der Induction fortwährend gleich Null und es entsteht kein Strom, wie auch Faraday gefunden hat (Satz 1, S. 418).

Wenn nur ein Theil des Drahtes bewegt wird, erstreckt sich das Integral (6) nur über diesen Theil. Die elektromotorische Kraft erhält dann einen endlichen, nur von den Coordinaten des Anfangs- und Endpunkts abhängigen Werth. Faraday maafs diese Kraft nicht, sondern beobachtete den Ausschlag der Galvanometernadel, und dieser (oder richtiger der Sinus des halben Ausschlagwinkels) ist der während der Bewegung des Drahts durch das Galvanometer fließenden Elektricitätsmenge proportional, vorausgesetzt, die Dauer der Bewegung sey viel kürzer als die Schwingungszeit der Nadel, wie es bei seinen Versuchen der Fall war. Sey nun J die Stromstärke, W der Wider-

stand des ganzen Drahtes, die des Galvanometers mit einbegriffen, dann ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$J = \frac{E}{W}.$$

Die in der Zeit dt durch jeden Querschnitt des Drahts fließende Elektrizitätsmenge ist gleich Jdt . Diese vom Anfange bis zum Ende integrirt, giebt die ganze Elektrizitätsmenge, welcher der Ausschlag der Nadel proportional ist. Bezeichnet man nun diese Integration zur Unterscheidung durch S , so ist

$$SJdt = \frac{SEdt}{W}$$

oder, wenn E durch ihren Werth (6) ersetzt und die Integration über eine ganze Umdrehung von $\eta = 0$ bis $\eta = 2\pi$ ausgedehnt wird,

$$SJdt = \frac{2\pi}{W} \int (Ppdx - Xpdp).$$

Bei diesen Versuchen gebrauchte Faraday ein Ruhmkorff'sches Galvanometer mit sehr langem und sehr dünnem Drahte, dessen Widerstand den des bewegten Drahttheils so sehr übertraf, daß dieser außer Rechnung gelassen und W bei den mit verschiedenen Drahtlängen angestellten Versuchen als constant betrachtet werden darf. Dann aber ist $SJdt$ dem Integrale $\int (Ppdx - Xpdp)$ proportional. Da nun gezeigt worden ist, daß der Werth dieses Integrals nur abhängig ist von den Coordinaten des Anfangs- und Endpunkts des bewegten Drahttheils, so erhellt, daß auch hier die Theorie mit den Resultaten der Faraday'schen Versuche (Satz 3 und 4, S. 418) genau übereinstimmt.

In der zweiten Versuchsreihe ging die Induction vom Erdmagnetismus aus. Ein in der Form eines Rechtecks gebogener Draht war um eine horizontale, durch die Mitte zweier gegenüberstehenden Seiten des Rechtecks gehende und senkrecht auf dem magnetischen Meridian gestellte Axe beweglich. Die Enden des Drahts waren auf der Axe sehr

nahe bei einander gebracht, und mit einem Galvanometer, dessen Draht diesmal kurz und dick war, verbunden. Das Rechteck, anfänglich senkrecht auf die Richtung des Erdmagnetismus gestellt, wurde dann 180° um die Axe gedreht und der Ausschlag der Nadel notirt. Damit außerdem, ungeachtet des nach jeder halben Umdrehung erfolgenden Wechsels der Richtung des Inductionstroms, mehrere Umdrehungen nach einander gemacht werden konnten, war noch ein zweckmäßiger Commutator angebracht.

Diese Versuche ergaben, dafs, wenn gleiche Längen desselben Drahts in Rechtecken verschiedener Abmessungen und daher ungleichen Inhalts gebogen waren, der Ausschlag der Nadel dem Inhalte des Rechtecks proportional war. Wurden dagegen Rechtecke gleichen Inhalts, aber aus Drähten verschiedener Dicke verfertigt, dem Versuche unterworfen, so zeigte sich bei diesem Galvanometer der Einfluß des ungleichen Widerstands der Drähte, da die dickeren einen gröfseren Ausschlag gaben.

Die Anwendung des Grundgesetzes der Magneto-Induction auf den sich hier darbietenden Fall ist früher schon von Anderen gemacht worden; selbst Weber hat ein auf die Induction des Erdmagnetismus auf einen rotirenden Draht gegründetes Maafs der elektromotorischen Kräfte vorgeschlagen ¹⁾. Da jedoch die Gleichung (5) schnell zum Ziele führt, so möge der Calcül hier einen Platz finden.

Sei A die Erdmagnetkraft. Man wähle ihre Richtung als Axe der z , die Drehungsaxe als Axe der x , so ist

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = A,$$

und die Gleichung (5) wird

$$dE = A \left(\frac{\partial x}{\partial t} \cdot dy - \frac{\partial y}{\partial t} \cdot dx \right).$$

Allein bei der Drehung ist die Coordinate x constant, daher $\frac{\partial x}{\partial t} = 0$ und

$$dE = -A \frac{\partial y}{\partial t} \cdot dx.$$

Seyen nun x und p die rechtwinkligen Coordinaten von

1) Abhandl. der math. phys. Classe der Sächs. Gesellschaft I. 219.

ds in der Ebene des Drahts und η der Winkel, den diese Ebene mit der Ebene der xy einschließt, so ist

$$y = p \cdot \cos \eta, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = -p \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Es wird nun

$$dE = Ap \cdot \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdot dx.$$

Integrirt man nun in der Länge des Drahts, wobei η und $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ constant, dagegen x und p variabel sind, so wird

$$E = A \cdot \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdot \int p dx.$$

Nun ist $\int p dx$, über den ganzen Draht ausgedehnt, dessen Inhalt gleich, und setzt man diesen gleich J , so ist

$$E = A \cdot J \cdot \sin \eta \cdot \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Die Summe der elektromotorischen Kräfte während einer halben Umdrehung oder $SE\partial t$, welche bei constantem Widerstande der in dieser Zeit durch das Galvanometer fließenden Elektricitätsmenge proportional ist, wird gefunden durch Integration des zweiten Gliedes von $\eta=0$ bis $\eta=2\pi$, ist also gleich $2AJ$, deshalb dem Inhalte der vom Drahte begrenzten Fläche proportional, wie es auch Faraday bei seinen, in der Form von Rechtecken gebogenen Drähten beobachtet hat.

Aus den bisherigen Betrachtungen erhellt, daß das bekannte Gesetz der Magneto-Induction zur Erklärung der neuen von Faraday mitgetheilten Thatsachen vollkommen genügt, und es dabei ganz überflüssig ist, die magnetischen Kraftlinien selbst zu erwähnen. Allein man kann weiter gehen und zeigen, daß die allgemeineren Sätze seiner Theorie, wie er sie in Art. 3109 bis 3115 ausgesprochen hat, aus demselben Gesetze als nothwendige Folgen hervorgehen und erst dadurch eine größere mathematische Bestimmtheit erhalten. Denn es kann schwerlich geläugnet werden, daß Faraday sich hier nicht mit der Klarheit und Genauigkeit ausgedrückt hat, welche erfordert wird, um aus

den von ihm gegebenen Sätzen eine mathematische Entwicklung der Inductionerscheinungen abzuleiten, wenn sie nicht anders woher beleuchtet werden. Die Untersuchung der Eigenschaft der Kraftlinien in Bezug auf die Induction hewegter Drähte, zu welchen wir jetzt übergehen, wird diese Behauptung rechtfertigen.

Wir gehen dabei von der Gleichung (4) aus, welche, wenn die Geschwindigkeit u durch ihren Werth $\frac{\partial s}{\partial t}$ ersetzt wird, sich verändert in

$$dE = R \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot ds \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varepsilon.$$

Hieraus findet man für die elektromotorische Kraft E , in einem bestimmten Augenblicke auf einem endlichen Drahttheil von $s = s_0$ bis $s = s_1$ ausgeübt,

$$E = \int_{s_0}^{s_1} R \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot ds \sin \varphi \cdot \cos \varepsilon,$$

und für den Integralwerth der elektromotorischen Kraft in diesem Theile während der Zeit t vom Anfange der Bewegung ab gerechnet

$$\int_0^t E \partial t = \int_0^t \int_{s_0}^{s_1} R \cdot \partial s \cdot ds \sin \varphi \cdot \cos \varepsilon \dots (9).$$

Sey nun (Taf. III., Fig. 2) $mm' = ds$ das Drahtelement, das in der Zeit dt in nn' versetzt wird, so daß $mn = m'n' = \partial s$, dann ist der Winkel $nmn' = \varphi$ und daher der Inhalt des Parallelogramms $nmn'n' = \partial s \cdot ds \sin \varphi$. Bei dieser Bewegung durchschneidet ds alle Kraftlinien, die innerhalb des Parallelogramms durchgehen und zusammen ein Bündel ausmachen, wovon das Parallelogramm ein schiefer Schnitt ist. Der senkrechte Schnitt wird erhalten durch Multiplication des Inhalts des Parallelogramms mit dem Cosinus des Winkels ε , welchen die Normale auf seiner Ebene mit der Richtung der magnetischen Kraft R einschließt. Er ist deshalb gleich $\partial s \cdot ds \sin \varphi \cos \varepsilon$. Multiplicirt man noch mit der Intensität der Kraft, so findet man als mathematischen Aus-

druck desjenigen, was von Faraday der Betrag (*amount*) der durchschnittenen Kraftlinien genannt wird, die Formel $R \partial s \partial s \sin \varphi \cdot \cos \varepsilon$.

Man bemerkt nun gleich, daß das zweite Glied der Gleichung (9) den Betrag der durch einen endlichen Theil des Drahts in einer endlichen Zeit durchschnittenen Kraftlinien ausdrückt, weshalb die Gleichung zu folgendem Satze führt:

»Der Integralwerth der elektromotorischen Kraft, durch einen oder mehrere Magnete, auf einen in ihrer Nähe bewegten Draht ausgeübt, ist dem Betrage der vom Drahte bei seiner Bewegung durchschnittenen Kraftlinien proportional.«

In diesem Sinne ist der allgemeine von Faraday in Art. 3115 ausgesprochene Satz: »*The quantity of electricity thrown into a current is directly as the amount of curves intersected,*« aufzufassen. Zugleich aber leuchtet ein, daß sein Ausdruck nicht ganz genau ist. Ersetzt man nämlich den Draht durch einen anderen von denselben Abmessungen, aber aus einem Metall verfertigt, das einen größeren Widerstand hat, so bleibt ja bei derselben Bewegung der Integralwerth der elektromotorischen Kraft ungeändert, allein die Stromstärke und mit ihr die fortgeführte Elektrizitätsmenge nimmt ab im umgekehrten Verhältnisse des Widerstandes, wie auch Faraday selber gefunden hat (3143 bis 3153).

Im Vorbeigehen sey noch bemerkt, daß der Beweis seines Satzes in Art. 3113: »*Obliquity of intersection causes no difference,*« schon in der gegebenen Deduction enthalten ist.

Es ist jedoch ein zweiter Satz Faraday's, der mit dem vorigen die Grundlage seiner ganzen Theorie ausmacht und deshalb eine nähere Untersuchung erfordert. Faraday spricht ihn aus in den Worten: »*convergence or divergence of the lines of force causes no difference in their amount.*« Es fällt nicht schwer die Bedeutung dieses Satzes schärfer zu bestimmen und zugleich dessen Beweis zu liefern.

Schon aus dem Versuche mit Eisenfeilicht ist es klar, dafs die Kraftlinien nicht parallel neben einander fortrücken. Betrachtet man daher ein bestimmtes Bündel dieser Linien, so wird, auch wenn das Bündel unendlich dünn ist, der normale Querschnitt von Stelle zu Stelle veränderlich seyn. Es kann jedoch der Betrag der Kraftlinien, d. h. das Product aus dem Inhalte des Querschnitts und der Intensität der daselbst wirkenden magnetischen Kraft, in der ganzen Ausdehnung des Bündels ungeändert bleiben. Sehen wir, ob dieses aus dem Grundgesetze der Magneto-Induction mit Nothwendigkeit folge.

Sey in einem Punkte M die magnetische Kraft $= R_0$. Man nehme die Richtung dieser Kraft als Axe der x und die darauf normale Ebene als Ebene der yz , so sind die Componenten der Kraft in M

$$X = R_0, \quad Y = 0, \quad Z = 0.$$

Man betrachte ein Bündel, dessen normaler Querschnitt in der Ebene der yz ein unendlich kleines Dreieck MNP ist. Es seyen ferner β und γ so wie β' und γ' die Coordinaten y und z der Eckpunkte N und P , so ist der Inhalt des Dreiecks

$$J = \frac{1}{2}(\beta\gamma' - \beta'\gamma).$$

Die Componenten der Kraft im Punkte N sind

$$X = R_0 + \frac{dX}{dy}\beta + \frac{dX}{dz}\gamma$$

$$Y = \frac{dY}{dy}\beta + \frac{dY}{dz}\gamma$$

$$Z = \frac{dZ}{dy}\beta + \frac{dZ}{dz}\gamma,$$

wo $\frac{dX}{dy}$, $\frac{dX}{dz}$ u. s. w. die bestimmten Werthe dieser Differentialquotienten im Punkte M andeuten.

Die Gleichung der Richtung der Kraftlinien in N wird daher, mit Vernachlässigung kleiner Gröfsen zweiter Ordnung

$$y - \beta = \left(\frac{dY}{dy} \cdot \frac{\beta}{R_0} + \frac{dY}{dz} \cdot \frac{\gamma}{R_0} \right) x$$

$$z - \gamma = \left(\frac{dZ}{dy} \cdot \frac{\beta}{R_0} + \frac{dZ}{dz} \cdot \frac{\gamma}{R_0} \right) x.$$

Ersetzt man hierin β und γ durch β' und γ' , so hat man die Gleichungen der Richtung der Kraftlinien im Punkte P .

Auf der Axe der x nehme man nun einen zweiten Punkt M' in der unendlich kleinen Entfernung α von M und lege dadurch eine der Normalebene in M parallele Ebene, deren Gleichung ist $x = \alpha$. Es leuchtet ein, daß der Durchschnitt des Bündels durch diese Ebene wieder ein Dreieck $M'N'P'$ ist, dessen Eckpunkte die Durchschnitte der Ebene und der Kraftlinien in M , N und P sind. Die Coordinaten y und z sind daher in M' 0 und 0

$$\text{in } N' \quad \beta + \left(\frac{dY}{dy} \cdot \frac{\beta}{R_0} + \frac{dY}{dz} \cdot \frac{\gamma}{R_0} \right) \alpha \quad \text{und} \quad \gamma + \left(\frac{dZ}{dy} \cdot \frac{\beta}{R_0} + \frac{dZ}{dz} \cdot \frac{\gamma}{R_0} \right) \alpha.$$

$$\text{in } P' \quad \beta + \left(\frac{dY}{dy} \cdot \frac{\beta'}{R_0} + \frac{dY}{dz} \cdot \frac{\gamma'}{R_0} \right) \alpha \quad \text{und} \quad \gamma' + \left(\frac{dZ}{dy} \cdot \frac{\beta'}{R_0} + \frac{dZ}{dz} \cdot \frac{\gamma'}{R_0} \right) \alpha.$$

Nennt man J' den Inhalt des zweiten Dreiecks, so findet man

$$J' = \frac{1}{2} (\beta \gamma' - \beta' \gamma) \left[1 + \left(\frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} \right) \frac{\alpha}{R_0} \right]$$

oder wegen des obigen Werths von J auch

$$\frac{J'}{J} = 1 + \left(\frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} \right) \frac{\alpha}{R_0}.$$

Das Verhältniß der zwei Durchschnitte differirt daher von der Einheit um ein unendlich Kleines erster Ordnung in Bezug auf ihre Entfernung α , woraus folgt, daß das Verhältniß zweier in endlicher Entfernung von einander liegender Durchschnitte des Bündels im Allgemeinen von der Einheit um eine endliche GröÙe differirt und daß demzufolge diese Durchschnitte ungleich sind.

Bestimmt man dagegen den Betrag der Kraftlinien in jedem Durchschnitte durch Multiplication mit der bezüglichen Kraft, welche in M gleich R_0 und in M' gleich $R_0 + \frac{dX}{dx} \alpha = R_0 \left(1 + \frac{dX}{dx} \frac{\alpha}{R_0} \right)$ ist, so findet man diesen Betrag im ersten Durchschnitte gleich JR_0 , dagegen im zweiten Durchschnitte gleich $JR_0 \left[1 + \left(\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} \right) \frac{\alpha}{R_0} \right]$, welche Werthe vermöge der Gleichung (8) einander gleich

sind. Das Verhältniß dieser Werthe kann daher von der Einheit nur um ein unendlich Kleines zweiter Ordnung differiren, weshalb diese Differenz auch in endlicher Entfernung nicht endlich werden kann. Hierin liegt der Beweis, daß der Betrag der Kraftlinien in jedem Durchschnitte des Bündels über seine ganze Länge constant ist.

Was nun für ein unendlich dünnes dreieckiges Bündel bewiesen ist, gilt zugleich für jedes Bündel endlichen Durchschnitte, da diess stets als aus unendlich vielen solcher Bündel bestehend gedacht werden kann. Somit ist auch der zweite Hauptsatz in der Faraday'schen Inductionstheorie erwiesen.

Vielleicht wird man gegen diesen Beweis einwenden, daß wegen der Krümmung der Kraftlinien die zweite, der Normalebene in M parallele Ebene nicht die Normalebene in M' ist, und daß also der gefundene Werth von J' den Normalschnitt in M' nicht angiebt. Diesen Durchschnitt zu erhalten, muß der Werth von J' mit dem Cosinus des Winkels, den die Ebene $x = \alpha$ mit der Normalebene in M' macht, multiplicirt werden. Da jedoch dieser Winkel unendlich klein ist, differirt dessen Cosinus nur um ein unendlich Kleines zweiter Ordnung von der Einheit und muß deshalb hier gleich 1 gesetzt werden.

Aus dem bisher Angeführten ergibt sich überzeugend, daß das Weber'sche, auf die Hypothese magnetischer Flüssigkeiten gestützte Grundgesetz durch die Faraday'schen Versuche nicht erschüttert wird; daß es vielmehr geeignet ist, diese Versuche und die aus ihnen abgeleiteten Sätze vollständig zu erklären. Es kann indessen gefragt werden, ob die Faraday'sche Theorie die früheren Hypothesen nicht überflüssig mache. Zur genügenden Beantwortung dieser Frage wäre es nothwendig, die gesammten Erscheinungen des Magnetismus und der damit verwandten Kräfte ins Auge zu fassen. Eine solche Untersuchung liegt außer dem Plane gegenwärtigen Aufsatzes. Ich begnüge mich daher schließlicb einzelne Gründe aus dem Gebiete des

des reinen Magnetismus zu erwähnen, die für die Beibehaltung der früheren Hypothesen zu sprechen scheinen.

Die Theorie Faraday's geht von den Kraftlinien als Grundlage der ferneren Betrachtungen aus; allein sie erklärt weder wie diese Linien entstehen, noch welches ihre Beziehung sey zu der Vertheilung des Magnetismus in den Magneten, von denen die Kraft ausgeht. Hierüber kann allein ein höheres Princip Aufschluß geben, und man findet ein solches entweder in der Hypothese von magnetischen Flüssigkeiten, oder der von elektrischen Molecularströmen¹⁾. Die aus jener Hypothese abgeleiteten Sätze, hinsichtlich der Form magnetischer Linien um einen Magnet, in welchem der freie Magnetismus in zwei Pole angehäuft gedacht wird, stimmen mit der Beobachtung nahe überein, was gewiß noch mehr der Fall seyn würde, wenn das Gesetz der Vertheilung des Magnetismus in den Magneten genauer bekannt wäre.

Das von Gauss streng bewiesene Gesetz der Wirkung magnetischer Anziehungs- und Abstofsungskräfte, im verkehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung, wird von Faraday zwar nicht geleugnet, allein es ist seiner Theorie fremd. Es ist jedoch bekannt, welche ausgedehnte Anwendung dieses Gesetz, insbesondere bei der Einrichtung und Aufstellung magnetischer Instrumente, in neuerer Zeit gefunden hat, und wie die von Gauss zur Messung der absoluten Intensität des Erdmagnetismus erfundene und jetzt allgemein eingeführte Methode auf dieses Gesetz gegründet ist.

Seit der Entdeckung des Diamagnetismus ist die Richtung, in welcher die durch Vertheilung magnetisirte Körper, z. B. weiches Eisen, sich im magnetischen Felde bewegen, mehr als früher zur Sprache gekommen. Faraday hat hierüber als Resultat der Erfahrung das Gesetz aufgestellt,

- 1) Es braucht kaum erinnert zu werden, daß die Coulomb'schen und die Ampère'schen Hypothesen, hinsichtlich der Wirkung gegebener magnetischer Körper, zu identischen Resultaten führen: Nur in der Erklärung des Entstehens diamagnetischer Zustände hat die letztere einen entschiedenen Vorzug.

dafs jeder frei bewegliche magnetische Körper sich stets von schwächeren zu stärkeren Stellen magnetischer Kraft zu bewegen strebe. Diefs Gesetz ist jedoch in keinem nothwendigen Zusammenhange mit seiner übrigen Theorie. Allein auch hier bewährt sich die allgemeine Anwendbarkeit der früheren Hypothese, welche in einfacher Weise zu demselben Gesetze führt.

Man betrachte dazu eine sehr kleine, im magnetischen Felde frei bewegliche Eisenmasse. Sie wird durch Vertheilung magnetisirt in der Richtung der magnetischen Kraft an der Stelle, wo sie sich befindet. Seyen x, y, z und $x + \partial x, y + \partial y, z + \partial z$ die Coordinaten des Süd- und Nordpols dieses Magneten; ∂s die Entfernung der Pole, daher $\partial s^2 = \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2$. Ferner sey $\pm \mu$ die Menge des magnetischen Fluidums in jedem Pole; R die magnetische Kraft im Punkte (x, y, z) ; X, Y, Z ihre Componenten, so sind die Componenten der bewegendenden Kraft im Südpole des Magneten

$$-\mu X, -\mu Y, -\mu Z,$$

und diese werden im Nordpole

$$+\mu \left(X + \frac{\partial X}{\partial x} \partial x + \frac{\partial X}{\partial y} \partial y + \frac{\partial X}{\partial z} \partial z \right)$$

$$+\mu \left(Y + \frac{\partial Y}{\partial x} \partial x + \frac{\partial Y}{\partial y} \partial y + \frac{\partial Y}{\partial z} \partial z \right)$$

$$+\mu \left(Z + \frac{\partial Z}{\partial x} \partial x + \frac{\partial Z}{\partial y} \partial y + \frac{\partial Z}{\partial z} \partial z \right).$$

Addirt man die parallelen Componenten, so findet man für die Componenten X_1, Y_1, Z_1 die Kraft, die das Eisen forttreibt:

$$X_1 = \mu \left(\frac{\partial X}{\partial x} \partial x + \frac{\partial X}{\partial y} \partial y + \frac{\partial X}{\partial z} \partial z \right)$$

$$Y_1 = \mu \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \partial x + \frac{\partial Y}{\partial y} \partial y + \frac{\partial Y}{\partial z} \partial z \right)$$

$$Z_1 = \mu \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \partial x + \frac{\partial Z}{\partial y} \partial y + \frac{\partial Z}{\partial z} \partial z \right).$$

Da nun X, Y, Z die partielle Differentialquotienten einer und derselben Function von x, y, z sind ¹⁾, so ist

1) Gaußs I. c. S. 3.

$$\frac{dX}{dy} = \frac{dY}{dx}, \quad \frac{dY}{dz} = \frac{dZ}{dy}, \quad \frac{dZ}{dx} = \frac{dX}{dz},$$

weshalb der vorigen Gleichung auch diese Form gegeben werden kann

$$X_1 = \mu \frac{d(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{dx}$$

$$Y_1 = \mu \frac{d(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{dy}$$

$$Z_1 = \mu \frac{d(X\partial x + Y\partial y + Z\partial z)}{dz}$$

Allein aus dem Parallelismus der Richtungen von ∂s und R folgt

$$\frac{X}{R} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{Y}{R} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{Z}{R} \frac{\partial z}{\partial s} = 1,$$

oder

$$X\partial x + Y\partial y + Z\partial z = R\partial s,$$

und ∂s ist von x, y, z unabhängig; daher findet man das magnetische Moment $\mu \partial s$ der Eisenmasse gleich m gesetzt,

$$X_1 = m \frac{dR}{dx}, \quad Y_1 = m \frac{dR}{dy}, \quad Z_1 = m \frac{dR}{dz}.$$

Aus diesen Gleichungen erhellt, daß die jeder Axe parallele Componente der fortreibenden Kraft dem Differentialquotient der magnetischen Kraft R und daher der Geschwindigkeit, mit welcher R in der Richtung dieser Axe zunimmt, proportional ist. Da nun die Richtung der Axe ganz willkürlich blieb, ist dieser Satz auf jede Richtung um die Eisenmasse anwendbar, d. h. die Componente der fortreibenden Kraft in jeder willkürlichen Richtung ist stets der Geschwindigkeit, mit welcher die Kraft R in dieser Richtung zunimmt, proportional. Nun ist die Componente am größten, wenn ihre Richtung mit der Richtung der fortreibenden Kraft zusammenfällt. Die Richtung der fortreibenden Kraft ist daher diejenige, in welcher die magnetische Kraft am schnellsten zunimmt.

Diese Betrachtungen können noch weiter fortgesetzt werden; ich glaube jedoch schon hinreichende Gründe angeführt zu haben, zur Erhärtung des Schlusses, daß die Faraday'sche Theorie der Kraftlinien nicht als höchstes

Princip in der Lehre vom Magnetismus angenommen werden darf und die früheren Hypothesen nicht überflüssig gemacht hat. Ich bin indessen weit davon entfernt, die Wichtigkeit seiner letzten Versuche deshalb in Abrede zu stellen. Ihm gehört das Verdienst, die Eigenschaften der Kraftlinien genauer, als vor ihm geschehen war, durch Versuche ergründet zu haben. Auf diesem Wege ist er zur Entdeckung von Gesetzen magnetischer Wirkung geführt worden, die zwar aus der früheren Theorie abgeleitet werden können, jedoch bisher nicht bekannt waren. Insbesondere hat er das Grundgesetz der Magneto-Induction in einer anschaulichen Form vorgestellt, welche ihre Anwendung in vielen Fällen vereinfacht, und einen neuen Gesichtspunkt öffnet, der zu weiteren Entdeckungen Veranlassung geben kann.

IV. *Gesetze der Anziehung der Elektromagnete;* *von Dr. Julius Dub.*

(Schluß von S. 261 des vorigen Hefts.)

III. Magnetismus, Anziehung und Tragkraft der Hufeisen-Elektromagnete von verschiedenem Durchmesser.

Die Untersuchung der Hufeisen in Hinsicht auf ihren Durchmesser ist eine sehr schwierige Arbeit, und wenngleich die vorliegenden Resultate keinen Zweifel über das herrschende Gesetz lassen, so ist es mir bei aller Sorgfalt doch nicht gelungen Reihen ohne bedeutende Fehler zu erhalten.

Die am Schlusse des ersten Theiles dieser Abhandlung ¹⁾ aufgeführte Versuchsreihe liefs mich auf eine Kraft schließen, welche dem Quadrate der Durchmesser der Kerne proportional wäre. Allein jene Versuche sind fehlerhaft, weil bei der Reihe mit dem $\frac{1}{4}$ " starken Hufeisen schon

1) Pogg. Ann. Bd. 86, S. 506.

Sättigung eingetreten war, und deshalb sämtliche Resultate weder der Stromstärke noch dem Kerndurchmesser proportional sind.

Um nun die Versuche in größerem Umfange, besonders mit dickeren Hufeisen anstellen zu können, wurden mehrere derselben angefertigt, bei denen immer das Verbindungsstück, auf das die Schenkel aufgeschraubt wurden, und der Anker gleichen Querschnitt mit den Schenkeln selbst hatten; so daß das Hufeisen mit dem Anker einen magnetischen Kreis von gleicher Dicke bildete. Die Schwierigkeit des Experimentirens lag in den vielen Fehlerquellen, welche sich dadurch herausstellten, daß es nothwendig war, die verschiedenen Hufeisen nach ihrem absoluten Maafs mit einander zu vergleichen. War bei der Untersuchung in Hinsicht auf Stromstärke, Windungszahl etc. die Zusammenstellung des Hufeisens auch fehlerhaft, so erhielt man doch das richtige Resultat, da der vorhandene Fehler sich durch die ganze Versuchsreihe hindurch zog und kein Vergleich dieser Reihe mit einer anderen verlangt wurde. Bei genauerer Beobachtung der verschiedenen Hufeisen zeigte sich aber, daß es nur annäherungsweise möglich war, die Schenkel so aufzuschrauben, daß ihre Polflächen in einer Ebene lagen. Die Berührung des Ankers fand daher an jedem Pole nur in einem Punkte statt, und da dieser Punkt bald an der inneren, bald an der äußeren Kante lag, da ferner der Winkel, den die übrige Polfläche mit der Berührungslinie des Ankers bildete, bald ein Minimum größer oder kleiner war, als im anderen Falle, so liegt es auf der Hand, daß die Resultate variiren mußten.

Bevor die eigentlichen Messungen unternommen wurden, stellte ich daher Vorversuche an, welche das nothwendige Ergebniss der eigentlichen Versuche im Voraus herausstellen mußten.

Der in Stäben freie Magnetismus hatte sich durch die Nadelablenkung den Wurzeln der Stabdurchmesser proportional gezeigt. Diese Wirkung auf die Nadel ist die der Differenz beider Pole. Bringt man nun ein Hufeisen

der Nadel in solcher Weise nahe, daß die Pole genau von Osten nach Westen liegen, so muß die Wirkung auf dieselbe ebenfalls die Differenz beider Pole seyn. Bleibt hierbei die Entfernung der Pole von einander gleich, so wird auch hier die Differenz dem im Hufeisen freien Magnetismus proportional seyn.

Es wurde, um dies zu prüfen, zunächst das Experiment, welches Koosen zum ersten Male an Stäben gemacht hat ¹⁾, mit Hufeisen angestellt.

Ein Hufeisenmagnet, durch dessen Spirale der zugleich durch die Tangentenbussole geleitete Strom geht, wird so aufgestellt, daß seine Pole in gleicher Höhe mit der Nadel der Bussole und ihre Verbindungslinie in der Richtung von Westen nach Osten vom Mittelpunkt der Nadel aus stehen. Darauf wird das Hufeisen (indem der Pol, welcher die Nadel nach der entgegengesetzten Seite als der Strom richtet, ihr zugekehrt ist) in der Richtung senkrecht auf den magnetischen Meridian so lange der Bussole genähert, bis die beiden auf die Nadel wirkenden Kräfte einander neutralisiren, d. h. bis die Nadel auf 0° steht.

Dieses Experiment wurde zunächst mit dem 1" dicken Hufeisen, dessen Schenkel, ohne das Querstück, 6" lang sind, unternommen. Ist nun das von mir bei der *Anziehung* der *Hufeisen* beobachtete Gesetz »der Quadrate der Ströme« richtig, so muß in diesem Falle der Magnetismus dem Strome proportional wachsen, d. h. der Strom mag zu- oder abnehmen, die Nadel muß immer auf Null bleiben, so lange noch keine Wirkung der Sättigung auftritt. Nachdem die Nadel der Bussole mittelst des Magneten auf 0 gebracht war, entfernte ich den Kern aus den Spiralen und fand, daß die Nadel auf 7° abgelenkt wurde. Darauf ward mittelst Ausschaltung des Widerstandsmessers der Strom auf 26° gebracht, und nun wieder der Kern in die Spirale eingeführt. Die Nadel stand wieder auf 0° .

Dieses Resultat bestätigte einerseits die Wahrheit des Satzes, daß die Anziehung der Hufeisen-Elektromagnete

1) Pogg. Ann. Bd. 85, S. 159.

sich wie die Quadrate der magnetisirenden Ströme verhalte, andererseits beweist es, dafs bei einer Steigerung der Stromstärke von 7° auf 26° noch keine Annäherung an den Sättigungspunkt vorhanden ist, wenn der Magnet 1" Durchmesser hat. Bei den früheren Versuchen in Bezug auf die Anziehung hatte dasselbe Resultat statt, doch konnte dort möglicherweise ein wirklich vorhandenes Abweichen durch Versuchsfehler verdeckt werden; allein bei diesem Experiment können nicht leicht Versuchsfehler eine so genaue Uebereinstimmung bewirken.

Sollten nun aber überhaupt die Erscheinungen sich analog denen bei der Anziehung ergeben, so mufste bei dem $\frac{1}{2}$ " dicken Magnet die Nadel, nachdem sie bei einer bestimmten Stromstärke auf Null gebracht war, bei verstärktem Strom nach der Seite hin abweichen, wohin sie durch den Strom gelenkt wird. Ein Versuch zeigte, dafs bei Steigerung des Stromes von 7° auf 26° die Nadel in der That von 0° nach 3° geführt wurde. In diesem Falle blieb also der Magnetismus nicht mehr der Stromstärke proportional.

Legt man auf das Hufeisen einen Anker, so wird der vorher freie Magnetismus gebunden; allein eine gewisse Menge bleibt noch frei und wird sich also in derselben Weise wie früher auf die Nadel äufsern. Es kann wohl nicht anders seyn, als dafs die Menge des noch übrigen, freien Magnetismus ebenfalls der Stromstärke proportional wächst, d. h. dafs, wenn bei einer bestimmten Stromstärke das *geschlossene* Hufeisen die Nadel auf Null zurückführt, dieselbe so lange auf Null bleibt, wie die Anziehung dem Strome proportional wächst. Es ist wenigstens nicht anzunehmen, dafs in Bezug auf die ganze Menge des entwickelten Magnetismus schon Sättigung eingetreten, dabei aber immer noch der freibleibende Magnetismus dem Strome proportional wäre, oder umgekehrt.

Nachdem also das 1" dicke Hufeisen durch den Anker geschlossen war, wurde dasselbe wieder so weit der Bussole genähert, dafs dieselbe, während die Nadel durch den

Strom allein auf 7° abgelenkt wurde, auf Null stand. Auch jetzt blieb dieselbe auf Null bei einer Steigerung der Stromstärke auf 26° . Hieraus läßt sich schliessen, dafs für den Fall, wo die Anziehung nicht mehr dem Quadrate des Stromes proportional wächst, auch das geschlossene Hufeisen die Nadel nicht auf Null halten wird. Ist nun ferner der schon längst von Magnus ausgesprochene Satz ¹⁾ richtig, dafs durch Auflegen des Ankers mehr Magnetismus entwickelt und dadurch das Maximum desselben bei gleichem Strom *eher* hervortreten wird als bei ungeschlossenem Magneten, so mufs das $\frac{1}{4}$ " dicke Hufeisen, wenn es geschlossen ist, die Nadel mehr abweichen lassen, als da es nicht geschlossen war. In der That wich die Nadel, während sie früher bei dem Steigen des Stromes von 7° auf 26° , von 0° auf 3° gegangen war, jetzt von 0° auf 10° ab.

Ein Versuch mit dem $\frac{3}{4}$ " dicken Hufeisen von derselben Form wie jene, gab folgende Resultate. Wurde das Hufeisen durch einen Strom, der die Nadel auf 2° ablenkte, magnetisirt und dann der Bussole mit dem geeigneten Pole so lange genähert bis die Nadel auf Null stand, so blieb dieselbe auf 0° , wenn der Strom auf 32° erhöht wurde. Darauf ward bei 2° Stromstärke der Anker so aufgelegt, dafs er auf der der Nadel zugekehrten Seite nicht über den Schenkel des Hufeisens hervorstand (weil sich sonst an dem vorstehenden Stück ein entgegengesetzter Pol bildet, der die Nadel sogleich weit ablenkt), und nun die Nadel durch Näherrücken des Hufeisens wieder auf Null gebracht. Als sich jetzt der Strom auf 32° erhöhte, wich die Nadel auf $7\frac{1}{2}^\circ$ nach der Seite hin ab, wohin sie durch den Strom getrieben wurde. Der Magnetismus war also in diesem Falle nicht mehr der Stromstärke proportional, sondern es war schon Sättigung eingetreten. Die Nadel kam erst wieder auf 0° , als der Strom bis auf 16° erniedrigt war.

Diese Methode bietet auch ein gutes Mittel dar, zu prüfen, ob das von Müller aufgestellte Gesetz ²⁾: Um

1) Pogg. Ann. Bd. 38, S. 434.

2) Pogg. Ann. Bd. 79, S. 341.

in verschieden dicken Eisenstäben denselben aliquoten Theil ihres magnetischen Maximums zu erzeugen, muß man Ströme anwenden, die sich verhalten wie die Quadratwurzel aus der dritten Potenz der Halbmesser, richtig ist. Es bedarf nur Spiralen von starkem Draht, um den Strom nach Belieben steigern zu können. Man kann dann für die verschieden dicken Stäbe beobachten, bei welcher Stromstärke die Nadel von 0° abweicht.

Nachdem es nun durch das Experiment fest stand, was freilich *a priori* auch schon geschlossen werden konnte, daß man den freien Magnetismus der Hufeisenmagnete ebenso wie den der Stäbe durch die Ablenkung der Nadel prüfen könne; bedurfte es nur weniger Versuche, um die Wirkung derselben festzustellen.

In der folgenden Tabelle findet sich kein tgs , weil die Wirkung der Spirale für sich in der angewandten Stellung so gering war, daß sie nicht an der Nadel bemerkt wurde.

10. Hufeisen mit 6 zöll. Schenkeln durch 336 Windungen bei $22\frac{1}{2}^\circ$ Stromstärke magnetisirt.

Durchmesser der Magnete.	b	tgs	\sqrt{d}	$\frac{\text{tgs } b}{\sqrt{d}}$
$\frac{3}{4}$	27°	0,5095	1,732	295
1	31	0,60086	2	300
$1\frac{1}{4}$	37	0,75355	2,45	308
2	41	0,8693	2,828	307

Diese Versuche zeigen aufs Genaueste, daß der freie Magnetismus der Hufeisen sich ebenfalls wie die Wurzeln der Kerndurchmesser verhalte.

Aus diesen Versuchen, wie aus allen vorangegangenen Beobachtungen, muß wohl mit Gewißheit gefolgert werden, daß sich die Anziehung wie die Durchmesser der Hufeisen verhalte.

Es wurden nun mit den Hufeisen, welche in No. 10. angewandt waren, Versuche der Anziehung gemacht.

11. Anziehung der Hufeisen-Elektromagnete mit 6" langen Schenkeln.

Hufeisen	$\frac{3}{4}$ " dick	1" dick	$1\frac{1}{2}$ " dick	2" dick
Strom 10°	0,15 Pfd.	0,7 Pfd.	1,1 Pfd.	1,6 Pfd.
Strom $14\frac{1}{2}$	0,9 "	1,4 "	2 "	3 "

Wir finden hier im Ganzen das Verhältniß der Durchmesser bei einer Wirkung auf den Anker in $\frac{1}{16}$ " Entfernung von dem Hufeisen. Die Resultate der dünneren Kerne sind etwas zu klein, was jedoch seinen Grund darin hat, daß bei ihnen die Polflächen weniger genau in einer Ebene lagen als bei den stärkeren. Da nun dergleichen Fehler schon bei der Anziehung auftraten, so hätten sie noch bedeutender hervortreten müssen, wenn in dieser Weise die Tragkraft gemessen worden wäre. Um daher hier genauere Resultate zu erhalten, als in jener Weise zu erwarten waren, wurden an die cylinderischen Anker sphärische Eisenstücke angeschraubt, so daß der Anker den Magneten in Art eines Hufeisens an jedem Pole in einem Punkte berührte. Es wurde also auch an Hufeisen die Form der Kugeln als Anker angewendet.

Die Tragkraft der beiden 2" und 1" dicken Hufeisen, deren Schenkel 12" lang sind, ergab sich: 8,4 Pfd. und 4,6 Pfd. Wir bemerken hier, im Gegensatz zu denen in No. 11., wieder ein Abweichen zu Gunsten des schwächeren Magneten; allein das Verhältniß der Durchmesser ist doch nicht zu verkennen. Nehmen wir diese mit allen früheren Beobachtungen zusammen, so führen sie uns zu dem Resultat:

Die Anziehung und Tragkraft verhalten sich wie die Durchmesser der Magnete.

IV. Form und GröÙe der Hufeisen.

Ein wichtiges Ziel sämtlicher Untersuchungen in Bezug auf Elektromagnete ist ohne Zweifel die Lösung der Frage: *Welche Anziehung übt ein Elektromagnet bei bestimmten Dimensionen?*

Dieses Ziel würde als erreicht angesehen werden müs-

sen, wenn man im Stande wäre, aus dem Magnetismus eines Magneten von beliebiger Construction den eines anderen zu bestimmen.

Alle vorangehenden Versuche haben gezeigt, daß bei Hufeisen dieselben Gesetze gelten wie bei Stäben. Diese Gesetze beziehen sich bei Ankern von geeigneter Form und Masse, auf die Windungszahl der magnetisirenden Spirale, auf die Stromstärke und auf den Durchmesser der Eisenkerne. Es bleibt noch die wichtige Frage über die Länge und Form der Eisenkerne zu erörtern.

Was die Länge der Stäbe anbetrifft, so fanden Lenz und Jacobi:

Der Magnetismus der Endflächen bei Elektromagneten, die ihrer ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind, ist von der Länge dieser Stangen unabhängig und bei gleichen Strömen nur bedingt durch die Anzahl der darauf befindlichen Windungen¹⁾.

Im Widerspruch hiermit habe ich gefunden²⁾:

- 1) Bei sonst gleichen Verhältnissen wächst die Anziehung in Berührung wie in Entfernung mit der Länge der Eisenkerne³⁾.
- 2) Die Anziehung ist um so größer, je mehr alle Windungen an der Berührungsfläche aufgehäuft sind.

Wir werden in der Folge sehen, welchen Grund es gehabt, daß Lenz und Jacobi die Sache nicht so gefunden haben.

Man könnte nun den Schlufs machen, daß in Bezug auf die Hufeisen dasselbe stattfinden werde, wie bei Stäben, wenn es nicht gerade in Bezug auf die Länge etwas ganz Anderes wäre, ob der Magnet mit dem Anker einen Stab, oder ob er einen geschlossenen Kreis bildet. Setzt man auf einen Stabmagneten einen zweiten Stab oder eine Ku-

1) Pogg. Ann. Bd. 61, S. 268.

2) Meine Untersuchung über die anziehende Wirkung der Elektromagnete Pogg. Ann. Bd. 81, S. 49 u. 50.

3) Niklès findet neuerdings diesen Satz bestätigt: *American Journal* No. 43, Jan. 1853, p. 104.

gel als Anker, so wird die Vertheilung des Magnetismus im Stabe eine andere, der Nullpunkt wird aus seiner Stelle gerückt, und dieß muß einen Einfluß auf den wirksamen Pol haben. Aehnliches geschieht, wenn man die magnetisirende Spirale dem Pole nähert. Legt man dagegen einen Anker auf das Hufeisen, oder verrückt bei diesem die Spiralen, wenn sie nicht die Schenkel ganz bedecken, so findet nicht in der Weise wie beim Stabe eine Veränderung in dem magnetischen Zustande des ganzen Kreises statt. Die Erscheinung beim Hufeisen würde mehr, wenn auch nicht ganz, einer solchen Einrichtung am Stabe analog seyn, wo die Spiralen nach beiden Polen hin auseinander gerückt würden. Hierzu kommt, daß J. Müller in seinen Untersuchungen über die Tragkraft der Hufeisen findet ¹⁾:

- 1) Die Länge der Schenkel des Elektromagneten (eines hufeisenförmigen nämlich) hat unter übrigens gleichen Umständen keinen Einfluß auf die Tragkraft derselben.
- 2) Wenn um ein Uförmig gebogenes Eisen ein galvanischer Strom in einer bestimmten Anzahl Windungen herumgeführt wird, so erlangt es dieselbe Tragkraft, mögen nun diese Windungen die ganze Länge der Schenkel bedecken, oder nur über einen Theil derselben in mehreren Lagen übereinander liegen.
- 3) Auch ist es gleichgültig, an welcher Stelle der Schenkel die Spiralen angebracht sind.

Da diese Resultate mit denen von mir bei Stäben gefundenen im Widerspruch stehen, so entschloß ich mich die Wirkung der Hufeisen von verschiedener Einrichtung näher zu untersuchen. Verstehen wir unter Einrichtung sowohl die verschiedene Form, welche das Hufeisen haben kann, als auch die Vertheilung der Spiralen auf den Schenkeln desselben, so stellen sich mehrere Punkte heraus, welche auf experimentellem Wege zu erörtern sind. Die Veränderung in der Form des Hufeisens liegt im Wesentlichen darin, daß man einen Stab von derselben Länge so biegt, daß die Schenkel dicht zusammen und also möglichst

1) Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik I., S. 531.

lang, oder weiter von einander entfernt und dann kürzer sind. Da nun gewöhnlich das Verbindungsstück beider Schenkel nicht mit der Spirale umgeben ist, und also, wenn aus demselben Stabe lange oder kurze Schenkel gefertigt werden, dieselben Spiralen einmal die Schenkel fast ganz bedecken werden, während sie im anderen Falle nur einen geringeren Theil derselben umgeben, so fragt es sich hier wieder, einerseits ob es gleichgültig ist, daß die Schenkel ganz mit der magnetisirenden Spirale bedeckt seyen oder nicht, andererseits, wenn sie es nicht sind, wo die Spiralen am vortheilhaftesten anzubringen sind.

Es wurden somit folgende vier Fragen experimentell geprüft:

- 1) »Ist es gleichgültig, ob die Spirale den Kern der ganzen Länge nach umgiebt, oder ob die Windungen an einem bestimmten Punkte aufgehäuft sind?«
- 2) »Ist es gleichgültig, an welcher Stelle der Schenkel sich die Spiralen befinden?«
- 3) »Welchen Einfluß hat die Entfernung der Schenkel bei gleicher Länge derselben?«
- 4) »Welchen Einfluß hat unter sonst gleichen Umständen die Verlängerung der Schenkel?«

1. Ist es gleichgültig, ob die Spirale den Kern der ganzen Länge nach umgiebt, oder ob die Windungen an einem bestimmten Punkte aufgehäuft sind?

Wie früher bei den Versuchen mit den Stabmagneten, so wurden auch hier nicht verschiedene Spiralen, welche verschieden gewickelt waren, sondern eine oder mehrere gleiche auf dem Kern an einander gereiht, und dann jedesmal die Stromstärke in dem Grade erniedrigt oder erhöht, als mehr oder weniger dieser Spiralen angewandt wurden. Jede der benutzten Spiralen hat 56 Windungen, welche nebeneinander in richtiger Weise verbunden werden, so daß sie einer Spirale gleich zu rechnen sind. Da jede der einzelnen Spiralen $1\frac{1}{4}$ " lang ist, so können deren drei auf jedem 6" langen Schenkel des Hufeisens angebracht werden, wogegen das Hufeisen, dessen Schenkel 12" lang sind, auf

jedem sechs solcher Spiralen faßt. Hieraus ergibt sich, daß das 12" lange Hufeisen im Ganzen zwölf solcher Spiralen = 672 Windungen, dagegen das, dessen Schenkel nur 6" lang sind, sechs Spiralen = 336 Windungen hat.

Es wurden folgende vier Hufeisen geprüft:

1. Die Schenkel 6" lang 1" dick
2. " 6" " 2" "
3. " 12" " 1" "
4. " 12" " 2" "

Die Entfernung der Schenkel betrug bei allen $3\frac{1}{4}$ " von Mitte zu Mitte derselben.

Zuerst wurde der Strom durch alle zwölf Spiralen = 672 Windungen der 12 zölligen Schenkel gesandt, mit einer Stärke, welche die Nadel auf 5° ablenkte. Dann wurden die drei untersten Spiralen auf jedem Schenkel ausgeschaltet und der Strom auf 10° erhöht, d. h. es wurde bei halber Windungszahl doppelter Strom angewandt, was dasselbe ist, als ob ich die Windungen auf die halbe Länge zusammenschiebe. Darauf wurden bei allen vier Hufeisen vier Spiralen (auf jedem Schenkel 2 = 224 Windungen) angewandt und diese durch einen Strom von 15° erregt. Endlich blieben auf jedem Schenkel nur die beiden Spiralen, welche dem Pol am nächsten sind und 112 Windungen haben mit einem Strom von 28° . Durch alle diese Zusammenstellungen wurde stets dieselbe magnetisirende Kraft erhalten. Wir finden folgendes Resultat:

		12. Magnet.			
		1.	2.	3.	4.
672 Wind. am Pol	Strom 5°			1,8 Pfd.	6,2 Pfd.
336 —	" 10°	2 Pfd.	6,2 Pfd.	2,2 "	6,4 "
224 —	" 15°	2,3 "	7,1 "	2,4 "	7,2 "
112 —	" 28°	2,7 "	7,8 "	2,7 "	8 "

Die Messungen sind bei einer Zwischenlage von einem Stück Bristolpapier zwischen Anker und Magnet angestellt. Sie zeigen eine regelmässige Zunahme der Anziehung beim Zusammenschieben der Spirale nach dem Pole hin, ganz

in der Weise, wie dies von mir bei den Stäben ebenfalls beobachtet worden ist ¹⁾. Es war kein Zweifel, dass diese Erscheinung sich auch in Bezug auf die Tragkraft zeigen müsse. Es wurde daher in dieser Hinsicht nur mit einem Magneten folgender Versuch angestellt:

13. Tragkraft des 1" starken Magneten mit 12" langen Schenkeln.

672 Windungen am Pol 2° Stromstärke 7 Pfd.

336 4° 8,8 "

224 6° 10,2 "

112 11½° 14 "

Dieser Versuch ergiebt eine noch grössere Kraft bei Annäherung der Spiralen an den Pol. Wir müssen uns daher unbedingt für den Satz erklären:

Die Anziehung wie die Tragkraft vergrößern sich sowohl bei Stäben als bei Hufeisen, je mehr sämtliche Spiralwindungen an dem Pole zusammengehäuft werden.

Bei der Untersuchung desselben Satzes an Stabmagneten ²⁾ fand ich eine Gränze dieser Zunahme bei Annäherung sämtlicher Windungen an den Pol. Die jetzigen Untersuchungen zeigten ebenfalls diese Gränze, allein nur in dem Falle, wenn durch die große Anzahl von Windungen an der Stelle des Kerns, wo sie sich befanden, Sättigung eingetreten war. Derselbe Grund hat sicherlich auch bei den Stäben die Erscheinung hervorgerufen, so dass auch dort die Beschränkung wegzulassen ist, wenn man überhaupt festhält, dass alle diese Sätze nur bis zu dem Punkte gelten, wo in Folge der Sättigung nur eine verringerte oder gar keine Zunahme des Magnetismus mehr hervortritt. Dies ist wohl zu beachten, da es zeigt, dass obiger Satz mehr theoretische als praktische Wichtigkeit hat. Er ist wichtig um andere Resultate daraus zu er-

1) Ueber die anziehende Wirkung der Stab-Elektromagnete, Pogg. Ann. Bd. 81, S. 49, ist von mir beobachtet: »Die Anziehung ist, bei sonst gleichen Verhältnissen, um so größer, je näher alle Windungen an der Berührungsfläche angehäuft sind.

2) Pogg. Ann. Bd. 81, S. 49.

klären, allein es ist nicht rathsam sämtliche Windungen um den Pol anzuhäufen, wenn man beabsichtigt den Strom nach Belieben zu steigern. Man würde es bei Weitem nicht in so hohem Maasse im Stande seyn, als wenn die Windungen über den ganzen Kern ausgebreitet sind.

Wenn nun eine Annäherung der Spirale an den Pol größere Anziehung giebt, als wenn sie über den ganzen Kern ausgebreitet ist, so fragt es sich ferner, ob die Windungen nicht, an einer andern Stelle zusammengeschoben, ebenso oder noch vortheilhafter wirken.

Es wurde also untersucht:

2. Ist es gleichgültig, an welcher Stelle der Schenkel sich die Spirale befindet?

J. Müller beantwortet auch diese Frage bejahend, hat jedoch keine Versuche darüber angeführt. Die von mir gemachten Beobachtungen widersprechen seiner Behauptung aufs Entschiedenste.

Zuerst wurden 1, 2 und 3 meiner Spiralen auf den 12zölligen Schenkeln des 1" dicken Hufeisens von der größten Entfernung vom Pol bis dicht an denselben herangeschoben. Es zeigten sich folgende Resultate, wenn der Anker $\frac{1}{16}$ " von den Polen entfernt gehalten wurde:

14. Anziehung des Hufeisens mit 12zölligen Schenkeln von 1" Durchmesser bei verschiedener Entfernung der Spiralen vom Pol.
20° Stromstärke.

Entfernung d. Spiralen v. Pol.	3 Spiralen.	2 Spiralen.	1 Spirale.
$6\frac{1}{2}$ "	1,5 Pfd.	0,84 Pfd.	0,23 Pfd.
$4\frac{3}{4}$ "	1,7 "	0,87 "	0,24 "
3"	1,85 "	1 "	0,27 "
$1\frac{1}{4}$ "	2,1 "	1,08 "	0,34 "
$\frac{1}{2}$ "	2,1 "	1,12 "	0,36 "

Diese Reihen ergeben eine regelmässige Zunahme der Anziehungskraft bei Annäherung der Spiralen an den Pol.

Es war nun zu zeigen, dass einerseits dasselbe bei andern Dimensionen hinsichtlich der Länge und Dicke, andererseits

dererseits in Bezug auf die Tragkraft stattfinde. Zu dem Zweck wurden noch folgende Versuchsreihen angestellt.

No. 15 enthält Versuche mit $\frac{1}{2}$ ", 1" und 2" dicken Schenkeln von 12" Länge bei einer Stromstärke von 20°.

No. 16 zeigt die Zunahme der Anziehung bei Hufeisen mit 6" langen Schenkeln, wenn eine Spirale von ihrer größten Entfernung vom Pol bis nahe an denselben gerückt wurde.

No. 17 giebt die Tragkraft des 2" starken Hufeisens, dessen Schenkel 12" lang sind, mit einer Spirale, welche durch eine Stromstärke von 6° erregt wurde.

15.

Entfernung der Spirale vom Pol.	Magnet		
	$\frac{1}{2}$ " dick.	1" dick.	2" dick.
$6\frac{1}{2}$ "	0,29 Pfd.	1,5 Pfd.	4,5 Pfd.
$4\frac{3}{4}$ "	0,37 "	1,7 "	4,9 "
3"	0,48 "	1,9 "	5,2 "
$1\frac{1}{4}$ "	0,7 "	2,1 "	5,8 "
$\frac{1}{2}$ "	0,75 "	2,1 "	6 "

Diese Versuche, wie die in No. 12, sind nicht in Hinsicht auf ihren Durchmesser mit einander zu vergleichen, da nicht in allen Fällen die Polflächen gleich gut in einer Ebene lagen.

16. Hufeisen mit 6" langen Schenkeln.

Entfernung d. Spi- rale vom Pol.	$1\frac{1}{2}$ " dick.	$\frac{3}{4}$ " dick.
4"	3,3 Pfd.	0,67 Pfd.
$2\frac{1}{2}$ "	3,4 "	0,7 "
$\frac{3}{4}$ "	3,5 "	0,9 "

Diese beiden Reihen zeigen eine geringere Zunahme der Anziehung, worin vielleicht der Grund liegt, daß J. Müller die Resultate für gleich gehalten hat, da die von ihm angewandten Hufeisen die Länge von 6" nicht überstiegen. Auch finde ich bei der Tragkraft, welche Müller nur gemessen, die Zunahme weniger groß als bei der Anziehung, weshalb denn auch durch Versuchsfehler diefs geringere Anwachsen ganz verdeckt werden konnte.

17. Tragkraft des 2" starken Hufeisens mit 12" langen Schenkeln, magnetisirt durch zwei Spiralen von 56 Windungen bei 6° Stromstärke.

Entfernung vom Pol.	Tragkraft.
10"	13 Pfd.
8	13 "
6	14 "
4	14,5 "
2	15 "
$\frac{1}{2}$	16 "

Auch bei der Tragkraft finden wir die Zunahme bei Annäherung der Spirale an den Pol, so dafs uns sämmtliche Versuche zu dem Satze führen:

Die Anziehung und Tragkraft ist um so gröfser, je näher die Spirale den Polen des Magneten ist.

3. Welchen Einfluss hat die verschiedene Entfernung der Schenkel des Hufeisens von einander bei gleicher Länge derselben?

Zur Beantwortung dieser Frage wurden Hufeisen von ganz verschiedener Construction gewählt. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

	Entfernung der Schenkel					
	5 $\frac{1}{4}$ "	4 $\frac{1}{2}$ "	4"	3 $\frac{1}{2}$ "	3"	2 $\frac{1}{2}$ "
No. 1.	2,8 Pfd.	2,7 Pfd.	2,7 Pfd.	2,75 Pfd.	2,75 Pfd.	2,7 Pfd.
" 2.	1,97 "	1,95 "	1,95 "	1,95 "	1,9 "	1,95 "
" 3.	1,8 "	1,8 "	1,8 "	1,8 "	1,8 "	1,85 "
" 4.	1,55 "		1,55 "		1,5 "	1,5 "
" 5.	1,8 "			1,75 "		1,7 "
" 6.	4,5 "		4,4 "			4,4 "
" 7.	13 "		13 $\frac{1}{2}$ "			13 "

In No. 1 sind die Versuche angegeben mit dem 2" dicken Hufeisen, dessen Schenkel 6" lang sind. Zwischen Anker und Magnet lag ein $\frac{1}{8}$ " dickes Brettchen.

No. 2 enthält Messungen mit demselben Magneten, allein statt des zweizölligen Ankers wurde der $\frac{3}{4}$ " dicke angewandt.

No. 3. Dieselben 2" dicken Schenkel sind auf ein dünneres Verbindungsstück geschraubt, dessen Höhe nur $\frac{5}{8}$ " ist.

No. 4. Auf das Verbindungsstück in No. 3 wurden statt der 2" dicken Schenkel $\frac{3}{4}$ " dicke aufgesetzt. Der Anker wurde jetzt in $\frac{1}{16}$ " Entfernung gehalten.

No. 5. Statt der $\frac{3}{4}$ " dicken Schenkel wurden 2" dicke 12" lange genommen. Der Anker war wieder $\frac{1}{8}$ " vom Pol entfernt.

No. 6. Dieselbe Combination wie die vorige, nur statt des zuletzt angewandten Verbindungsstücks wurde wieder das $1\frac{5}{8}$ " dicke 2" breite, welches in No. 1 und 2 gebraucht war, benutzt.

Bei allen diesen Versuchen war die erregende Stromstärke 20°. Jetzt wurde in No. 7 ein Versuch der Tragkraft gemacht, mit dem 1" dicken Hufeisen, dessen Schenkel 12" lang sind. Sie waren mit 672 Windungen ihrer ganzen Länge nach umgeben und wurden durch eine Stromstärke von 4° magnetisirt.

Alle diese Reihen zeigen aufs Klarste den Satz:

Die Anziehung wie die Tragkraft bleibt dieselbe bei jeder beliebigen Entfernung, aber gleicher Länge der Schenkel.

Der Grund dieser Erscheinung liegt unzweifelhaft darin, daß zwei entgegengesetzte Wirkungen einander aufheben. Wir haben früher gesehen, daß Verlängerung des Eisenkerns Vergrößerung der Anziehung bewirkt, andererseits steht es fest, daß die beiden Schenkel um so mehr auf einander einwirken, je näher sie einander sind. Nähere ich nun die Schenkel einander, so verstärken sie sich gegenseitig mehr als zuvor, allein die Menge des magnetischen Eisens ist um soviel geringer, als das Verbindungsstück und der Anker, welche zwischen den beiden Polen sich befinden, kürzer geworden sind. Das Umgekehrte findet statt bei Entfernung der Schenkel von einander.

4. Welchen Einfluß hat die Verlängerung der Schenkel des Hufeisens?

Wir haben vorn gesehen, daß Lenz und Jacobi finden, die Länge der Stab-Elektromagnete sey ohne Einfluß auf den Magnetismus der Endflächen. Es ist mir stets un-

erklärlich gewesen, wie sie zu diesem Resultat gekommen sind, da sämtliche von mir angestellten Versuche damit in directem Widerspruch stehen. In neuester Zeit giebt aber ein von Niklès im Institut veröffentlichter Aufsatz darüber Aufschluss ¹⁾. Niklès behauptet nämlich, Lenz und Jacobi hätten mit *Hufeisen* experimentirt. Obgleich nun von den Experimentatoren die Sache nicht so angesehen wird, so ist in der That die Anordnung des Experiments der Art, daß man die dort ²⁾ gefundenen Resultate als durch Versuche mit *Hufeisen* erhalten ansehen muß. Es werden nämlich zwei Eisenstäbe einander parallel befestigt, durch die sie umgebenden Spiralen in entgegengesetzter Richtung magnetisirt und auf beiden Enden mittelst Anker verbunden. Diese Anker, welche kurze *Hufeisen* und deren Schenkel mit Inductionsspiralen umgeben sind, wurden dann gleichzeitig abgerissen, und die dabei entstehenden Inductionsströme gemessen. Nun ist es aber für die Wirkung auf jeden einzelnen Anker gewiß gleichgültig, ob zu derselben Zeit auch der andere abgerissen wird oder nicht. Jeder ist so afficirt, wie wenn das ganze System ein *Hufeisen* gewesen wäre. Somit ist es allerdings erklärt, warum Lenz und Jacobi die Länge der Magnete ohne Einfluß finden, wenn der von Müller ausgesprochene Satz richtig ist, daß die Länge der Schenkel eines *Hufeisens* ohne Einfluß ist.

Zur experimentellen Prüfung dieses Satzes wurden sämt-

1) Im Institut vom 8. Dec. 1852 heißt es in Niklès Aufsatz S. 397: *»Mr. Niklès a été conduit à ce système d'électro-aimants par des recherches dans le but de savoir, si l'allongement des branches d'un électro-aimant exerce de l'influence sur les poids portés, Mr. Dub répond affirmativement; Mrs. Lenz et Jacobi et Mr. Müller de Fribourg n'admettent pas cette influence. Mr. Niklès explique cette contradiction en faisant voir que l'allongement n'a d'influence que sur les électro-aimants rectilignes, condition dans laquelle Mr. Dub a opéré, et que cette influence est nulle chez les aimants en fer à cheval, la seule forme d'aimants avec laquelle Mr. Müller et Mrs. Lenz et Jacobi aient expérimenté.«*

2) Pogg. Ann. Bd. 61, S. 266.

liche mir zu Gebote stehenden Hufeisen von $\frac{1}{2}$ ", 1" und 2" Dicke untersucht. Ich führe hier die Resultate mit den 1" und 2" dicken Magneten auf. Bei allen umgab dieselbe magnetisirende Kraft die Schenkel ihrer ganzen Länge nach. Der Anker wurde vom Magnet in $\frac{1}{16}$ " Entfernung gehalten.

18. Anziehung 1" dicker Magnete von verschiedener Länge.

Länge der Schenkel.	Zahl der Windungen.	Stromstärke.	Anziehung.
4"	224	$28\frac{1}{2}^0$	2,2 Pfd.
6	336	20	2,1 "
9	448	$13\frac{1}{2}$	2,2 "
12	672	$10\frac{1}{2}$	2,1 "

19. Anziehung 2" dicker Magnete von 6" und 12" Länge.
Stromstärke 20^0 .

	Magnet 6" lange Schenkel.	Magnet 12" lange Schenkel.
Anziehung:	5,8 Pfd.	5,6 Pfd.

Bei dem letzten Versuche wurde die Spirale wirklich je nach der Länge der Kerne weiter ausgebreitet oder zusammengeschoben, während der Strom derselbe blieb. Die Abweichungen, welche sich bei der Anziehung zeigen, sind unbedingt auf die Versuchsfehler zu rechnen, und wir müssen uns hiernach für den von J. Müller ausgesprochenen und auch neuerdings von Niklès gefundenen Satz erklären:

Die Länge der Schenkel eines Hufeisens hat keinen Einfluss auf die Anziehung desselben, wenn die Windungen der Spirale es seiner ganzen Länge nach umgeben.

Hierbei ist jedoch das S. 25 Gesagte zu berücksichtigen, daß bei derselben Windungszahl und demselben Strom um so eher Sättigung eintreten muß, je kürzer die Schenkel sind; da, um mit Feilitzsch zu sprechen, derselbe Querschnitt um so mehr magnetisirte Theile hat, je mehr Windungen ihn umgeben. —

Diese vier zuletzt gefundenen Sätze geben gegenseitig über einander Aufschluß, so wie sie auch aufs Vollkom-

menste mit den von mir bei Stäben gefundenen Sätzen in Einklang stehen. Sie erlangen dadurch um so mehr Wahrscheinlichkeit, daß eine theoretische Betrachtung, nach Annahme eines der Sätze, die übrigen als nothwendig herausstellt.

Es war bisher von mir gefunden:

- 1) *Die Anziehung ist um so größer, je näher alle Windungen an dem Pole angehäuft sind.*
- 2) *Die Anziehung nimmt zu bei Verlängerung des Eisenkerns, wie überhaupt bei Vergrößerung der Eisenmasse.*

Aus diesen Sätzen lassen sich aber die vier vorn gefundenen mit ziemlicher Sicherheit schliessen. Es ist gewiß höchst wahrscheinlich, daß, wenn bei den Stabmagneten eine Anhäufung der Spirale an den Polen Vermehrung der Anziehung giebt, dieß sich auch bei den Hufeisen zeigen werde. Wenn nun aber eine Verkürzung des Kerns die Anziehung verringert, dagegen ein Anhäufen der Spirale am Pol dieselbe vermehrt, so ist es nicht unwahrscheinlich, daß diese Wirkungen einander aufheben. Wäre dagegen der Müller'sche Satz richtig, daß die Spirale dieselbe Wirkung hat, mag sie sich befinden, wo sie wolle, so ist nicht einzusehen, warum ein längerer Kern nicht mehr wirken soll als ein kurzer, da dieß doch bei den Stabmagneten der Fall ist. Wenn ferner die beiden Schenkel eines Hufeisens einander gegenseitig verstärken, was von Niemand in Abrede gestellt wird, so muß diese Wirkung um so größer seyn, je näher dieselben einander sind. Es müßte also, wenn die Verlängerung des Kerns keinen Einfluß übt, die Anziehung zunehmen bei Annäherung der Schenkel.

Wir finden also in den meisten Fällen Uebereinstimmung der Wirkung der *Hufeisen* mit denen der *Stäbe*; für die Fälle aber, wo die Erscheinungen bei Hufeisen von denen bei Stäben abweichen, zeigt sich das bemerkenswerthe Resultat, *daß die Hufeisenanziehung einfachere Erscheinungen darbietet, als die der Stäbe.*

So sind wir denn auf dem Punkte angelangt, daß wir den Magnetismus und auch die Anziehung und Tragkraft

derjenigen Art von Elektromagneten zu bestimmen im Stande sind, welche bisher für die complicirteste gehalten wurde. Wir sind es im Stande für den Fall, daß ein cylinderischer, oder noch besser, kugelförmiger Anker angewandt wird; allein es sind noch nicht die Schwierigkeiten gehoben, welche eine andere Form der Berührungsfläche bietet.

Eine der wichtigsten für jetzt zu lösenden Aufgaben ist mithin ohne Zweifel die Auffindung eines umfassenden Gesetzes über die Wirkung verschieden geformter Anker.

Stellen wir schließlicly die Ergebnisse der vorliegenden, so wie der früher von mir mit Hufeisen gemachten Untersuchung zusammen, so finden wir:

- 1) »Die Anziehung der Hufeisen-Elektromagnete verhält sich, bei gleicher Windungszahl der elektromagnetischen Spirale, wie die Quadrate der magnetisirenden Stromesintensitäten.«
- 2) »Die Anziehung der Hufeisen verhält sich, bei gleichem Strom, wie die Quadrate der Windungszahlen der magnetisirenden Spirale.«
- 3) »Die Anziehung der Hufeisen verhält sich wie das Quadrat der Stromstärke multiplicirt mit dem Quadrat der Windungszahl.«

Da sich nun auch fand, daß die Tragkraft in demselben Verhältniß bei Hufeisen wie bei Stäben wächst, so ergiebt sich als wichtigstes Gesetz des Elektromagnetismus überhaupt:

- »Die Anziehung und Tragkraft sowohl der Stab- als Hufeisenelektromagnete verhält sich wie das Quadrat der Stromstärke multiplicirt mit dem Quadrat der Windungszahl.«
- 4) »Der Magnetismus massiver Eisencylinder von gleicher Länge, die durch galvanische Ströme von gleicher Stärke und durch Spiralen von einer gleichen Anzahl den Kern eng umschließender Windungen magnetisirt sind, ist den Wurzeln der Durchmesser dieser Cylinder genau proportional.«
 - 5) »Für den Fall, daß die Berührungsfläche nicht die Er-

scheinung trübt, verhält sich die Anziehung und die Tragkraft, bei gleicher magnetisirender Kraft, wie die Durchmesser der Stab- und Hufeisen-Elektromagnete.

- 6) Die Anziehung der Stab- und Hufeisen-Elektromagnete nimmt, bei gleicher magnetisirender Kraft, zu, je näher sämtliche Spiralwindungen dem Pole sind.

Hierbei ist jedoch zu beachten, daß bei Anhäufung der Spirale auf einen kleinen Raum, viel eher Sättigung eintritt, als wenn dieselbe über den ganzen Kern verbreitet ist.

- 7) Die Anziehung wie die Tragkraft der Hufeisen-Elektromagnete bleibt, caeteris paribus, dieselbe bei jeder beliebigen Entfernung der Schenkel.

Endlich habe ich den, wie sich herausgestellt hat, schon von Lenz und Jacobi beobachteten, doch erst von J. Müller ausgesprochenen Satz bestätigt gefunden:

- 8) »Die Länge der Schenkel eines Hufeisens hat keinen Einfluß auf die Anziehung und Tragkraft desselben, wenn die Windungen der Spirale es seiner ganzen Länge nach umgeben.«

V. Bemerkungen über die Niobsäure, die Pelopsäure und die Tantalsäure; von Heinr. Rose.

Ich habe vor mehreren Jahren auf die Unterschiede aufmerksam gemacht, welche in dem Verhalten der Säuren des Tantal, des Pelops und des Niobs gegen Reagentien stattfinden ¹⁾. Es ging daraus hervor, daß diese drei Säuren zwar in vieler Hinsicht, namentlich in ihrem Verhalten gegen Natron, eine gewisse Aehnlichkeit besitzen, daß aber die Unterschiede in so vieler anderer Hinsicht so wesentliche waren, daß an einer Eigenthümlichkeit derselben nicht im Mindesten zu zweifeln sey.

1) Pogg. Ann. Bd. 69, S. 115.

Nach dieser Zeit haben wir, Hr. Weber und ich, uns fortwährend mit diesem Gegenstande beschäftigt, besonders um mit Genauigkeit die Atomgewichte dieser Säuren zu bestimmen und ihre wichtigsten Verbindungen darzustellen. Es zeigten sich dabei Schwierigkeiten, wie sie wohl bei den Untersuchungen anderer Substanzen so leicht nicht stattfinden können. Endlich sind wir dabei auf Resultate gekommen, die wir nicht erwarten konnten, und die wir, da die Untersuchungen noch lange nicht vollendet sind, nur zum kleinsten Theile jetzt mittheilen.

In meinen früheren Abhandlungen habe ich darauf aufmerksam gemacht, dafs die Pelopsäure eine grofse Aehnlichkeit mit der Tantsäure zeigt, so dafs ich mich erst nach einer langen, anhaltenden und gründlichen Untersuchung entschliessen konnte, sie für eine von der Tantsäure bestimmt verschiedene metallische Säure zu halten. Sie unterscheidet sich hingegen weit mehr von der Niobsäure, mit welcher sie gemeinschaftlich aus dem Columbit von Baiern und von Nordamerika erhalten wird.

Dafs die Tantsäure bestimmt von der Pelopsäure verschieden ist, haben wir uns durch fortgesetzte Untersuchungen vollkommen überzeugt. Aber zwischen der Pelopsäure und der Niobsäure haben wir endlich einen merkwürdigen und unerwarteten Zusammenhang gefunden.

Es wurden die beiden Säuren früher aus den ihnen entsprechenden Chloriden durch Zersetzung vermittelt Wassers dargestellt, da andere Trennungsarten sich nicht als vortheilhaft bewährten. Nachdem die aus den Columbiten erhaltene Säure mit Kohle gemengt worden war, wurde das Gemenge in einer Glasröhre erhitzt, während Chlorgas darüber geleitet wurde. Ich habe in mehreren meiner früheren Abhandlungen darauf aufmerksam gemacht, mit welchen Schwierigkeiten die Trennung des leichter flüchtigen Pelopchlorids von dem schwerer flüchtigen Niobchlorid durch allmäliges gelindes Erhitzen sey, und bemerkte, dafs die Umwandlung der Säure in Chlorid wohl 20 bis 30 Mal wiederholt werden mufste, um die bei-

den Chloride in einem einigermaßen reinen Zustande zu erhalten.

Je öfterer in späteren Zeiten die Erzeugung der Säuren aus den Chloriden wiederholt wurde, desto mehr mußte es uns bei dieser Gelegenheit auffallend seyn, daß wenn auch eine nach unserer Ansicht reine Pelopsäure oder reine Niobsäure auf die beschriebene Weise angewandt wurde, doch immer fast nie ein reines Chlorid, sondern Gemenge der beiden Chloride erhalten wurden, von denen das eine vom andern durch Erhitzung getrennt werden mußte, was mit Schwierigkeiten verknüpft war, und viel zu wünschen übrig liefs, da die Temperaturen, bei welchen beide Chloride sich verflüchtigen, nicht sehr von einander verschieden sind.

Bei der Bereitung des Tantalchlorids aus den Tantaliten aus Finnland konnte etwas Aehnliches nicht bemerkt werden. Wohl hinterliefs oft das Tantalchlorid, wenn es nach seiner Darstellung erhitzt wurde und von einer Stelle zu einer andern fortgetrieben werden sollte, einen geringen Rückstand von sich nicht verflüchtigender Tantsäure, aber dieß geschah nur, wenn bei der Darstellung nicht alle Vorsichtsmaafsregeln angewandt worden waren.

Es sey mir hier erlaubt, diese Vorsichtsmaafsregeln, wie sie von Hrn. Weber bei der Bereitung dieser Chloride in neuerer Zeit angewandt wurden, umständlich zu erwähnen, da sie das Resultat von langen und mühsam erworbenen Erfahrungen sind. Die Reinheit des zu erhaltenden Produkts erfordert, wie wir uns überzeugt haben, daß keins der kleinsten Handgriffe bei der Bereitung der Chloride vernachlässigt werde.

Die Tantsäure wird mit Stärkmehl oder besser mit Zucker gemengt, und das Gemenge beim Ausschlufs der Luft bis zur vollständigen Verkohlung der organischen Substanz geglüht. Die erhaltene poröse Kohle wird in kleine Stücke gebrochen, bis zum Glühen erhitzt, und im glühenden Zustand in eine Glasröhre gefüllt, welche in

einem Verbrennungsofen zwischen starkem Kohlenfeuer zum Glühen gebracht wird, während ein Strom von Kohlensäuregas, der durch concentrirte Schwefelsäure und Röhren von Chlorcalcium sorgfältig getrocknet ist, darüber geleitet wird. Es ist diese Vorsicht nöthig, da die Kohle auch im stark durchglühten Zustande, und wenn auch das Einfüllen in die Glasröhre mit großer Schnelligkeit geschieht, doch aus der Luft etwas Feuchtigkeit aufnimmt, welche zersetzend auf das Chlorid, während dessen Bildung, einwirkt.

Wenn während der Behandlung mit Kohlensäure aus der glühenden Kohlenmasse keine Spuren von Wasser sich mehr entwickeln, und in den kälteren Theilen der Glasröhre sich ansetzen, so läßt man sie vollständig erkalten, während das Darüberleiten des Kohlensäuregases fortgesetzt wird. Man ersetzt dann den Kohlensäureapparat mit einem Chlorapparate. Das Erhitzen der Glasröhre darf darauf nicht eher stattfinden, als bis alle atmosphärische Luft und alles Kohlensäuregas vollständig ausgetrieben und alle Theile des Apparates mit Chlorgas angefüllt sind.

Man erhält dann durchs Erhitzen aus der Tantalsäure ein reines gelbes Chlorid, wenn die metallische Säure vorher von aller Wolframsäure befreit worden war. Ist dieß nicht der Fall gewesen, so erhält man selbst bei kleinen Mengen von vorhandener Wolframsäure ein rothes Sublimat.

Das rothe Wolframchlorid ist etwas flüchtiger als das Tantalchlorid, und kann durch gelindes Erhitzen annähernd davon getrennt werden. Mit etwas größerer Schwierigkeit ist das Zinnchlorid im Tantalchlorid zu erkennen, wenn das in den Tantaliten enthaltene Zinnoxid nicht vollständig getrennt worden war. Es zeigt sich in den meisten Fällen, noch ehe das Tantalchlorid sich zu verflüchtigen anfängt, in Tropfen, welche gewöhnlich eine gelbliche Farbe haben.

Die Reinigung der Tantalsäure von kleinen Mengen von Wolframsäure und von Zinnoxid geschieht gewöhnlich, wie dieß Berzelius schon vor langer Zeit gezeigt hat, daß

man die noch feuchte Tantalsäure mit Schwefelammonium digerirt. Ich habe aber schon früher angeführt, daß es, namentlich bei etwas größeren Mengen von Tantalsäure, nicht möglich ist, dieselbe auf diese Weise von jeder Spur von Wolframsäure, besonders aber von Zinnoxid, zu befreien ¹⁾. Man kann die Gegenwart dieser Oxyde erst erkennen, wenn man die Tantalsäure in Chlorid verwandelt.

Eine weit vollkommnere Trennung ist die, daß man die Tantalsäure mit einem Gemenge von kohlensaurem Natron und Schwefel schmelzt. Die geschmolzene Masse wird mit Wasser behandelt und das Ungelöste mit verdünntem Schwefelammonium gut ausgewaschen. Die Tantalsäure ist dann vollständig von den metallischen Oxyden gereinigt, enthält aber noch Natron, von welchem sie am besten durch Schmelzen mit zweifach-schwefelsaurem Kali befreit wird.

Bereitet man aus einer auf diese Weise gereinigten Tantalsäure nach der angegebenen Methode das Chlorid, so erhält man dasselbe von rein gelber Farbe, und rein von Aci-Chlorid. Die Gegenwart von letzterem kann übrigens nur dann erst erkannt werden, wenn das Chlorid in der Atmosphäre von Chlorgas durchs Erhitzen von einer Stelle zur anderen getrieben wird. Bei vollkommener Reinheit muß es sich dabei vollständig verflüchtigen, ohne einen kleinen Rückstand von nicht flüchtiger Säure zu hinterlassen.

Hierbei ist aber noch ein Umstand zu berücksichtigen. Wird das Tantalchlorid unter den beschriebenen Vorsichtsmaafsregeln dargestellt, so sind die ersten Mengen des sublimirten Chlorids rein gelb, und während der ganzen Operation sieht man keine Spur von einer weißen Einmischung, was stets der Fall ist, wenn noch etwas atmosphärische Luft im Apparate enthalten ist. Wird nun das in dem kaltem Theil der Glasröhre sich sublimirte Chlorid nicht erhitzt, so lange noch die Erzeugung und die Sublimation von Chlorid stattfindet, ist endlich alles Tantal aus

1) Pogg. Ann. Bd. 69, S. 118.

der Kohlenmasse als Chlorid ausgetrieben worden, und ist der ganze Apparat mit reinem Chlorgase angefüllt, so kann man dann das Tantalchlorid durchs Erhitzen, wobei es zuerst schmilzt, so weit verflüchtigen als es die Länge der Glasröhre erlaubt, ohne dafs dabei eine Spur von Tantalsäure zurückbleibt.

Erhitzt man aber das sublimirte Tantalchlorid früher, und zwar wenn noch neue Mengen desselben aus der Kohlenmasse durch Chlor erzeugt werden, so verflüchtigt sich das sublimirte Tantalchlorid beim Erhitzen nicht ohne allen Rückstand, und es bleibt eine geringe Menge von weifser Tantalsäure in einem blasigen Zustande zurück, und so weit man auch bei einer bedeutenden Länge des Glasrohrs das Chlorid durch Erhitzung fortreibt, so setzt sich auf dem ganzen Wege eine kleine Menge von Säure ab.

Es ist die Gegenwart des Kohlenoxyds, durch welche beim Erhitzen das gebildete Tantalchlorid etwas zersetzt und oxydirt wird. Durch welchen Procefs diefs stattfindet, ist mir nicht ganz klar; denn es findet bei der Erzeugung der geringen Menge von Tantalsäure aus dem Chlorid keine sichtliche Abscheidung von Kohle statt; aber es ist durch eine lange Erfahrung die Thatsache bestätigt, dafs das gebildete Chlorid sich nur dann in dem leeren Theile der Glasröhre durchs Erhitzen vollständig und ohne alle Zersetzung verflüchtigt, wenn alles Tantal aus der Kohle durchs Chlor als Chlorid ausgetrieben und das gebildete Kohlenoxydgas vollständig aus dem Apparate durch das Chlorgas verdrängt worden ist.

Obleich das Tantalchlorid nicht voluminös ist, und daher nicht die Eigenschaft hat, wie andere Chloride, namentlich wie das Niobchlorid, das Glasrohr zu verstopfen, so ist es doch rathsam, das Glasrohr nicht zu eng zu nehmen. Will man ungefähr 5 Grm. Tantalsäure in Chlorid verwandeln, so ist es gut, eine Röhre anzuwenden, deren Durchmesser nicht unter $\frac{5}{8}$ Zoll beträgt. Denn das erzeugte Chlorid häuft sich an der kälteren Stelle der Glasröhre, die der Kohlenmasse am nächsten ist, an, und darf

von dieser durch Erhitzung nicht eher fortgetrieben werden, als bis alles Tantal sich in Chlorid verwandelt hat.

Unter den beschriebenen Vorsichtsmaafsregeln wurden auch die beiden Chloride des Niobs und des Pelops dargestellt. Ersteres bildet, wie ich diefs in meinen früheren Abhandlungen bemerkt habe, ein weisses, voluminöses, in der Hitze flüchtiges, aber nicht schmelzbares Chlorid, letzteres ein gelbes, in der Hitze sehr leicht schmelzbares Chlorid, das in seinem äufseren Ansehen sehr viele Aehnlichkeit mit dem Tantalchloride hat.

Hat man die metallische Säure aus dem Columbit von Baiern und von Nordamerika, so wie aus dem Samarskit (Uranotantal, Yttrilmenit von Herrmann) aus Sibirien abgeschieden, so kann man dieselbe schon durch Schwefelammonium fast ganz von den Spuren von Wolframsäure reinigen, die sie enthält. Wird sie dann mit Kohle und Chlor behandelt, so erhält man stets ein weisses und ein gelbes Chlorid, oder das des Niobs und das des Pelops. Ersteres erzeugt sich stets im Anfange der Operation, letzteres mehr gegen Ende derselben, und dann in gröfserer Menge. Da das gelbe Pelopchlorid etwas flüchtiger als das weisse Niobchlorid ist, so wurden, wie ich diefs schon oft angeführt, die beiden Chloride durch gelindes Erhitzen von einander getrennt. Der gröfste Uebelstand, der das Resultat in den meisten Fällen sehr beeinträchtigte, entsprang aus der auferordentlich voluminösen Beschaffenheit des Niobchlorids. Selbst bei Anwendung einer nur geringen Menge von Säure, und bei einem sehr weiten Durchmesser der angewandten Glasröhre verstopfte sich diese mit Leichtigkeit, so dafs die Chloride dann immer einer höheren Temperatur ausgesetzt werden mußten, als zur Verflüchtigung des Pelopchlorids nöthig war, wodurch immer gröfsere oder geringere Mengen des weissen Niobchlorids mit dem Pelopchlorid fortgeführt wurden. Dieses Verstopfen des Glasrohrs findet gewöhnlich so leicht statt, dafs, noch ehe sich das Pelopchlorid erzeugt hat, der Durchgang des Chlorgases verhindert, oder nur bei Anwendung eines ho-

hen Drucks möglich wird. In solchen Fällen muß das Chlorid schnell einer starken Hitze ausgesetzt werden, um dem Chlor den ungehinderten Durchgang zu verschaffen, Sehr häufig wird, wenn der Durchgang des Gases verhindert worden, und dasselbe sich in einer starken Spannung befindet, beim Erhitzen des Niobchlorids dasselbe dann durch einen heftigen Chlorstrom durch die ganze Länge einer 6 Fufs langen Röhre fortgeschleudert, so daß dann unter diesen Umständen die Trennung der beiden Chloride gleich im Anfange der Operation unmöglich wurde.

Ein zweiter Uebelstand in der Trennung besteht darin, daß das gelbe Pelopchlorid ähnliche Eigenschaften wie das Tantalchlorid besitzt; es darf, so lange noch durch die Bildung der Chloride Kohlenoxyd sich erzeugt, nicht erhitzt werden, ohne nicht eine geringe Zersetzung zu erleiden, ein Umstand, den wir erst durch die Eigenschaften des Tantalchlorids kennen lernten.

Beide Umstände sind der Trennung beider Chloride durchs Erhitzen im hohen Grade hinderlich. Denn wenn wegen der Verstopfung der Glasröhre durch das Niobchlorid dasselbe erhitzt werden muß, um dem Chlorgase einen Ausgang zu verschaffen, erlaubte die Zersetzbarkeit des Pelopchlorids in einer Kohlenoxydgas haltigen Atmosphäre diese Erhitzung nicht.

War jedoch unter sehr günstigen Umständen eine Trennung beider Chloride erfolgt, waren beide einzeln durch Behandlung mit Wasser wiederum in Säuren verwandelt worden, so gab jede derselben nach der Behandlung mit Kohle und Chlor wiederum die beiden Chloride, das weiße und das gelbe. Dieselbe Säure, zu wiederholten Malen derselben Behandlung unterworfen, führte immer wieder zu denselben Resultaten, deren Ursachen wir den angegebenen Umständen zuschreiben mußten.

Nach vielen mühevollen, aber vergeblichen Versuchen wurde eine kleine Menge Niobsäure, die aus sehr reinem niobsaurem Natron abgeschieden worden war, mit einer sehr großen Menge von Zucker nach und nach verkohlt;

die erhaltene Kohlenmasse wurde aufs Neue mit Zucker gemengt und verkohlt, und diese Operation wurde drei bis vier Mal wiederholt; um eine sehr innige Mengung der Säure mit einer grossen Menge von Kohle zu erhalten, welche zuerst in einem Strome von gut getrocknetem Kohlensäuregas geglüht und dann unter den oben beschriebenen Vorsichtsmaafsregeln unter Vermeidung von aller atmosphärischen Luft in einem starken Strome von Chlorgas erhitzt worden war. Im Anfange wurde die Kohlenmasse in einer nur sehr gelinden Temperatur behandelt.

Dieser Versuch führte zu dem überraschendsten Resultate. Die angewandte reine Niobsäure gab statt des rein weissen Niobchlorids das reinste gelbe Pelopchlorid, ohne die geringste Spur von Niobchlorid. Nachdem die Zersetzung beendet und der ganze Apparat mit reinem Chlorgas angefüllt war, konnte das gelbe Pelopchlorid von einer Stelle zur andern, und bis zu einer grossen Entfernung verflüchtigt werden, ohne auch nur eine Spur von weissem Chloride oder von abgeschiedener Säure zu zeigen.

Die nächste Ursach dieser so höchst unerwarteten Erscheinung wurde in der sehr grossen Menge der angewandten Kohle gesucht, und der Versuch nach dieser Ansicht wiederholt, aber mit ungünstigem Erfolge, denn es erzeugte sich neben Pelopchlorid eine bedeutende Menge vom weissen Niobchlorid. Es mufsten also noch andere Umstände erforderlich seyn, welche die Erzeugung des reinen gelben Chlorids bedingten. Die Temperatur war bei diesem Versuche anfangs eine nicht so niedrige, wie bei dem ersten, und es schien aufser der grossen Menge von Kohle eine niedrige Temperatur eine zweite Hauptbedingung zur Erlangung eines günstigen Resultats zu seyn. Aber auch ein dritter Versuch, der im Sinne dieser Ansicht angestellt wurde, fiel wiederum ungünstig aus. Bei diesem aber war bei einer gröfseren Menge der angewandten Säure, und daher einer sehr grossen Menge von Kohle, die Glasröhre so voll gefüllt, dafs das Chlorgas nur äufserst langsam Blase für Blase durch den Apparat strich.

Trotz

Trotz der großen Menge der angewandten Kohle und der sehr niedrigen Temperatur erzeugte sich hierbei fast nur reines Niobchlorid.

Endlich wurde ein vierter Versuch ausgeführt, und zwar unter Anwendung von:

- 1) einer sehr großen Menge von Kohle im Verhältniß zur angewandten Säure,
- 2) einer sehr sorgfältigen Vertreibung aller Feuchtigkeit durch starkes Glühen des Gemenges in trockenem Kohlensäuregas,
- 3) einer vollständigen Vertreibung der Kohlensäure, nachdem das Gemenge in diesem Gase erkaltet war, durch einen sehr raschen Strom von Chlorgas, das erst hinzugeleitet worden, nachdem alle atmosphärische Luft aus dem Chlorapparate ausgetrieben worden war;
- 4) endlich einer sehr geringen Erhitzung, nachdem alle Theile des Apparats so mit Chlorgas angefüllt waren, daß sie intensiv gelblich-grün erschienen.

Bei Anwendung aller dieser Vorsichtsmaafsregeln erzeugte sich aus reiner Niobsäure das reinste gelbe Pelopchlorid, das nach Beendigung der Sublimation, und nachdem alles Kohlenoxydgas durch das überschüssige Chlor verjagt worden war, vollständig durchs Erhitzen von einer Stelle zur andern getrieben werden konnte, ohne eine Spur von Niobchlorid zu zeigen, oder Säure abzuscheiden. Und mit ganz demselben Erfolge sind später alle Versuche angestellt worden, um reines Pelopchlorid und aus diesem durch Zersetzung mittelst Wassers reine Pelopsäure zu erhalten. Es konnte dazu reine Niobsäure, reine Pelopsäure, oder die Säure angewandt werden, welche unmittelbar aus den Columbiten von Bodenmais und von Nordamerika und aus dem Samarskit vom Ural erhalten worden war.

Wurde das auf diese Weise erhaltene reine gelbe Chlorid durch Wasser zersetzt, und die erhaltene Säure mit Zuckerkohle und Chlorgas behandelt, aber mit einer geringeren Menge Kohle als zur Erzeugung des gelben Chlorids nothwendig ist, so erhielt man wieder daraus die beiden

Chloride, das weisse und das gelbe, und zwar von dem erstern um so mehr, je geringer die Menge der angewandten Kohle und je höher die Temperatur war, die gleich beim Anfange der Operation angewandt wurde.

Das reine gelbe Chlorid erzeugt sich nur, wenn alle die oben angegebenen Bedingungen bei seiner Bildung erfüllt werden. Sobald nur die eine dieser Bedingungen nicht oder unvollkommen erfüllt wird, so erhält man beide Chloride zugleich.

Was die Menge der Kohle im Verhältniß zur angewandten Säure betrifft, so muß man zur Erzeugung des gelben Chlorids so viel Stärkmehl oder Zucker anwenden, daß nach der Verkohlung die Menge der Kohle 3 bis 4 Mal so viel beträgt, als das Gewicht der angewandten Säure. Es ist anzurathen, sich durch das Gewicht davon zu überzeugen, da aus der angewandten Menge von Stärkmehl oder von Zucker nicht auf die Menge von Kohle geschlossen werden kann. Auch bei einer geringen Menge von angewandter Kohle bleibt zwar bei der Erzeugung eines flüchtigen Chlorids scheinbar das ganze Volumen derselben in der Glasröhre zurück, aber bei der Darstellung des Pelopchlorids ist das angegebene Verhältniß unumgänglich nothwendig.

Die größte Aufmerksamkeit hat man aber darauf zu richten, daß die Absorption des Chlorgases bei einer Temperatur stattfindet, bei welcher das gebildete Chlorid sich noch nicht verflüchtigen kann. Ist die Temperatur höher, so bildet sich größtentheils weisses Chlorid. Bei einer sehr hohen Temperatur wird dasselbe schnell verflüchtigt, alles im Rohre enthaltene Chlor wird von dem Kohlenmenge absorbirt und in demselben Augenblicke als weisses Chlorid ausgetrieben. Nur gegen das Ende der Operation, wenn die Kohle sehr überwiegend gegen die noch mit derselben gemengten Säure vorhanden ist, und das Chlorgas sehr rasch strömt, bildet und verflüchtigt sich gelbes Chlorid.

Durch diese Versuche lassen sich alle Erscheinungen

erklären, welche uns bei den früheren Darstellungen der beiden Chloride so auffallend waren, und welche die Trennung derselben so schwierig machten.

Ist die Absorption des Chlors bei einer so niedrigen Temperatur geschehen, bei welcher noch keine Sublimation des gebildeten Chlorids erfolgen kann, und beträgt die Menge der angewandten Säure nicht mehr als 1 Grm., so kann man den Theil des Glasrohrs, in welchem das Kohlegemenge liegt, seiner ganzen Länge nach mit einem Male erhitzen, aber anfangs nur bei sehr gelinder Temperatur. Ist bei dieser Temperatur nach ungefähr einer Viertelstunde die Verwandlung der Säure in das gelbe Chlorid erfolgt, so kann man nach und nach die Temperatur steigern. Es wird dann das Chlorid verflüchtigt, und erscheint in rein gelben Nadeln in den kälteren leeren Theilen des Glasrohrs. Wird kein Chlorgas mehr absorbiert, sondern dient der Strom desselben nur noch dazu, um das gebildete gelbe Chlorid aus der Kohle auszutreiben, und das im Rohre etwa noch vorhandene Kohlenoxydgas zu verdrängen, so kann man dann die höchste Temperatur anwenden, welche man in dem Verbrennungsofen zu geben im Stande ist, ohne daß diese von zersetzendem Einfluß auf das gelbe Chlorid ist. Einmal gebildet verwandelt es sich unter keinen Umständen mehr in das weiße Chlorid, wenn nämlich der Apparat mit reinem Chlorgas angefüllt ist. Ist aber noch Kohlenoxydgas vorhanden, so erzeugt sich zwar beim Erhitzen kein weißes Chlorid, das gelbe Chlorid verflüchtigt sich aber dann nach dem Schmelzen zum allergrößten Theile zwar unzersetzt, aber es hinterläßt dann auf seinem ganzen Wege eine geringe Menge der dem Chloride entsprechenden Säure, was nicht der Fall bei Anwesenheit von reinem Chlorgase ist.

Das gelbe Chlorid sublimirt sich in Nadeln, die beim Erwärmen schmelzen und nach dem Erkalten ein krystallinisches Häufwerk bilden.

Will man das gelbe Chlorid in größeren Quantitäten darstellen, so kann man 12 bis 15 Grm. der Säure dazu

verwenden; man muß sie mit einer solchen Menge von Stärkmehl oder Zucker verkohlen, daß nach der Verkohlung die Menge der Kohle drei bis vier Mal so viel beträgt, als die der Säure. Bei so bedeutenden Mengen ist es am besten die Säure zuerst mit Stärkmehl zu mengen, das Gemenge zu verkohlen, die erhaltene Masse zu zerreiben, dann noch ein oder zwei Mal mit Zucker zu mengen und damit wiederum zu verkohlen. Das Stärkmehl bildet eine sehr voluminöse Kohle; das Ganze wird aber minder voluminös, wenn man es zuletzt mit Zucker verkohlt. Bei Anwendung von 12 bis 15 Grm. Säure muß man sich eines sehr weiten und langen Glasrohrs bedienen, damit nicht allein die große Menge der verkohlten Masse Platz hat, sondern auch damit das sublimirte Chlorid die Röhre nicht verstopft, und man gezwungen ist, das Chlorid zu erhitzen, während noch Kohlenoxydgas im Apparate vorhanden ist. Handelt es sich darum, das gelbe Chlorid nur in der Absicht zu erzeugen, um nachher vermittelst Wassers die Säure daraus darzustellen, so ist die Erhitzung des Chlorids von keiner Bedeutung, wenn auch Kohlenoxyd zugegen ist. Nur bei der Darstellung des reinen Chlorids darf dies nicht geschehen.

Es ist am besten eine 5 Fufs lange Röhre anzuwenden, die einen Durchmesser von $\frac{3}{4}$ Zoll hat, wenn man 12 bis 15 Grm. Säure in Arbeit genommen hat. Bei Anwendung so großer Mengen muß aber die Leitung der Operation mit großer Umsicht und Sorgfalt ausgeführt werden. Nachdem man zur Austreibung von jeder Spur von Feuchtigkeit das Gemenge in einer Atmosphäre von Kohlensäure geglüht hat, läßt man es in derselben erkalten, und wechselt dann den Kohlensäure-Apparat mit einem Chlorentwicklungs-Apparat, aus dem vorher schon alle atmosphärische Luft ausgetrieben worden ist, und nach $\frac{3}{4}$ bis einstündigem Hindurchleiten des Chlorgases, wenn alle Theile damit angefüllt sind, beginnt man das Erhitzen der Röhre vermittelst Kohlenfeuer. Wie bei der Analyse organischer Körper muß man auch bei dieser Operation mit dem Erhitzen nur

zollweise fortschreiten, und bei jedem neuen Auflegen der glühenden Kohlen nur möglichst niedrige Temperatur geben. Hat man nun die ganze Länge der Röhre, da wo sich das Gemenge befindet, mit Kohlen umlegt, so giebt man zuletzt, nachdem lange Chlorgas geströmt hat, die stärkste Hitze, um alles Chlorid aus der Kohle auszutreiben. So wie man anfangs an irgend einer Stelle eine zu starke Hitze giebt, so erzeugt sich augenblicklich etwas von dem weissen Chlorid.

Aus dem reinen gelben Chloride erhält man durch Behandlung mit Wasser die dem Chlorid entsprechend zusammengesetzte Säure. Sie ist nicht ganz vollkommen unlöslich in der verdünnten Chlorwasserstoffsäure, die sich zugleich bildet, weshalb die Analyse des Chlorids mit Schwierigkeiten verknüpft ist.

Was die Darstellung des weissen Chlorids betrifft, so erhält man dasselbe in beinahe reinem Zustand, wenn man die Säure aus dem Columbiten oder aus dem Samarskit oder auch die Säure, die man durch Zersetzung des weissen oder des gelben Chlorids mittelst Wasser erhalten hat, mit einer nicht zu grossen Menge von Zucker verkohlt, das Gemenge nach dem Einfüllen in das Glasrohr in einer Atmosphäre von Kohlensäure glüht, dann sogleich, ohne erkalten zu lassen, den Kohlensäure-Apparat mit einem Chlor-Apparat, aus welchem schon die atmosphärische Luft vertrieben worden ist, vertauscht, und darauf die stärkste Hitze giebt, die das Glas ertragen kann. Nach wenigen Augenblicken erscheint das Sublimat des weissen Chlorids. Weil dasselbe so sehr leicht das Glasrohr verstopft, darf man zur Darstellung desselben nicht mehr als höchstens 2 Grm. Säure anwenden, und mufs dennoch ein sehr weites Glasrohr nehmen. Die Bildung einer kleinen Menge vom gelben Chlorid ist hierbei nicht vollständig zu vermeiden; dasselbe bildet sich gegen Ende der Operation. Ist alles Kohlenoxyd durch das überschüssige Chlor verjagt, so kann durch gelindes Erwärmen das gelbe Chlorid vom weissen Chlorid abgetrieben werden. Es verflüchtigt sich

freilich dabei immer eine mehr oder minder grofse Menge des weifsen Chlorids mit dem gelben; man erhält jedoch die allergröfste Menge des weifsen Chlorids rein. Man kann es in diesem Zustande untersuchen, oder durch Zersetzung vermittelst Wassers die entsprechende Säure daraus darstellen.

Aus der Darstellung dieser beiden Chloride folgt, dafs in ihnen, so wie in den aus ihnen vermittelst des Wassers dargestellten Säuren dasselbe Metall enthalten sey.

Aber diese beiden Säuren, die ich bis jetzt Pelopsäure und Niobsäure genannt habe, verhalten sich, wie die Chloride, aus denen sie erzeugt werden, völlig verschieden von einander, und ein Mal gebildet, können sie nicht, oder nur durch Umwege in einander verwandelt werden.

Man sollte zuerst auf die Vermuthung kommen, dafs beide Säuren isomerische Modificationen derselben Materie wären.

Diese Ansicht wird aber dadurch widerlegt, dafs nach allen übereinstimmenden Untersuchungen der Chlorgehalt in beiden Chloriden ein verschiedener ist. Nach den vielfältigen Untersuchungen, die ich schon früher angestellt habe, bei denen ich aber das Pelopchlorid nicht von der Reinheit erhalten hatte, wie es von Hrn. Weber später dargestellt worden, hat dasselbe einen gröfseren Chlorgehalt als das Niobchlorid, das auch schon früher rein erhalten werden konnte, und dessen Chlorgehalt daher früher von mir und später von Hrn. Weber übereinstimmend gefunden wurde, während der Gehalt an Chlor im reinsten Pelopchlorid von Hrn. Weber noch gröfser gefunden wurde, als früher von mir.

Es folgt hieraus, dafs die Pelopsäure mehr Sauerstoff enthalten müsse als die Niobsäure. Unmittelbar konnte bis jetzt noch nicht mit Sicherheit der Sauerstoffgehalt in beiden Säuren bestimmt werden.

Aber auf keine Weise läfst sich durch oxydirende Mittel (auch nicht durch die heftigsten) die Niobsäure in Pelopsäure verwandeln. Es gelingt diels weder durch directe

noch indirecte Oxydation. Auch vor dem Löthrohr ist das Verhalten beider Säuren verschieden.

Ein solches Verhalten ist aber ein so eigenthümliches, daß wir im ganzen Gebiete der Chemie kein analoges kennen.

Es scheint indessen, daß durch gewisse aber nur wenige reducirende Mittel der dem gelben Chloride analogen Säure etwas Sauerstoff entzogen werden könne.

Das Verhältniß des Sauerstoffs in beiden Säuren, geschlossen aus dem Chlorgehalte der Chloride, ist ein sehr anomales. Nur bei zwei Oxydationsstufen des Schwefels finden wir ein gleiches.

Noch ist es uns zweifelhaft, ob in dem auch mit Sorgfalt bereiteten weißen Chlorid nicht ein geringer Sauerstoffgehalt enthalten, und es daher als ein Acichlorid zu betrachten sey. Derselbe ist indessen nach sorgfältigen Untersuchungen äußerst gering, so daß Hoffnung vorhanden ist, das Chlorid ganz sauerstofffrei zu erhalten.

Da jedensfalls die Pelopsäure und die Niobsäure Oxyde desselben Metalls sind, so muß dasselbe auch nur eine Benennung haben. Ich entscheide mich für die Benennung Niobium. Die höchste Oxydationsstufe dieses Metalls muß also Niobsäure heißen; es ist die Säure, welche aus dem gelben Chloride entsteht, demselben entsprechend zusammengesetzt ist, und die ich sonst Pelopsäure genannt habe. Ich mag noch nicht einen Namen für die niedrigere Oxydationsstufe des Niobs, oder für die Säure, welche ich bisher Niobsäure genannt habe, bestimmen. Es muß diese Benennung von der Zahl der Oxydationsstufen abhängig seyn, die ich beim Niob finden werde. Ich möchte sie deshalb nicht niobichte Säure nennen, weil das Verhältniß des Sauerstoffs in derselben zum Metall nicht ein solches ist, wie es bei den Säuren von analoger Benennung stattfindet.

VI. Eine Wirkung der Schwingkraft; von C. H. Schellbach,

Prof. d. Math. am Friedrich-Wilhelms-Gymnas. in Berlin.

Der schwere Punkt A ist an der nicht schweren geraden Linie $HA=l$ (Taf. III., Fig. 3) befestigt, die sich mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit w um die Axe HX dreht und durch die Schwingkraft des Punkts A um den Winkel $AHD=\alpha$ von der Axe entfernt hat. Zerlegt man die Beschleunigung der Schwere $AG=g$ in die beiden Componenten AF und AE , von denen die erste in die Richtung der Linie HA fällt und durch deren Befestigung in H aufgehoben wird, und die zweite, senkrecht gegen HX gerichtete, der Schwingkraft das Gleichgewicht hält, so hat man zur Bestimmung des Winkels α die Gleichung

$$w^2 l \sin \alpha = g \tan \alpha.$$

Man erhält aus dieser Gleichung entweder

$$\sin \alpha = 0 \text{ oder } \cos \alpha = \frac{g}{lw^2}.$$

Also hat die Linie HA zwei Gleichgewichtslagen: entweder in der Drehungs-Axe selbst, oder, wenn sie sich um den durch die zweite Gleichung bestimmten Winkel α von dieser Axe entfernt hat. Dieser Winkel wird aber unmöglich, sobald sein Cosinus größer als 1 oder

$$l < \frac{g}{w^2}$$

ist. Da $l \cos \alpha = HD = h$ ist, so giebt die zweite Gleichung

$$h = \frac{g}{w^2}.$$

~ Diese Höhe h , bis zu welcher sich durch den Schwung um die Axe HX die Punkte A , B , C , die an verschiedenen langen Linien befestigt sind, dem Aufhängungspunkte H nähern, hängt also nur von ihrer Winkelgeschwindigkeit w ab. Punkte, die in H an Linien befestigt sind, welche die

Länge h nicht erreichen, bleiben daher, bei der Drehung der Axe HX , ruhig in dieser Axe hängen, während sich die übrigen in eine einzige Ebene CC' begeben, auf welcher die Axe HX senkrecht steht. Solche, an kürzeren Linien als HD befestigten Punkte haben also nur eine einzige Gleichgewichtslage, während alle, die an längeren Linien befestigt sind, deren zwei einnehmen können.

Trägt die Linie AH (Taf. III., Fig. 4), statt einer einzigen Masse, in den Punkten A und A' , zwei Massen m und m' , und ist $AH = l$ und $A'H = l'$, so sind die Radien, welche diese Massenpunkte bei ihrer Drehung um die Axe HX durchlaufen, $AD = l \sin \alpha$ und $A'D' = l' \sin \alpha$, also die Schwungkräfte $DB = mw^2 l \sin \alpha$ und $D'B' = m'w^2 l' \sin \alpha$. Die Componenten der Schwere sind aber $AE = mg \tan \alpha$ und $A'E' = m'g \tan \alpha$. Die Spannungen AF und $A'F'$ werden durch die Festigkeit des Punkts H aufgehoben. Stellt man sich nun die parallelen Kräfte BD und $B'D'$, so wie AE und $A'E'$, in der Axe HD wirkend vor, so müssen sie hier einander das Gleichgewicht halten; es muß also die Gleichung

$$HD \cdot DB + HD' \cdot D'B' = HD \cdot AE + HD' \cdot A'E'$$

oder

$$l \cos \alpha \cdot mw^2 l \sin \alpha + l' \cos \alpha \cdot m'w^2 l' \sin \alpha \\ = l \cos \alpha \cdot mg \tan \alpha + l' \cos \alpha \cdot m'g \tan \alpha$$

oder

$$\cos \alpha = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{ml + m'l'}{ml^2 + m'l'^2}$$

Statt finden.

Auf diese Weise erhält man auch, wenn die Linie AH in den Entfernungen l, l', l'', \dots mit den Massenpunkten m, m', m'', \dots besetzt ist, für $\cos \alpha$ den allgemeinen Ausdruck

$$\cos \alpha = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{ml + m'l' + m''l'' + \dots}{ml^2 + m'l'^2 + m''l''^2 + \dots}$$

Sind alle Massen gleich groß und in n Punkten über die ganze Linie gleichförmig vertheilt, so findet sich

$$\cos \alpha = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{n(1+2+3+\dots+n)}{l(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)} = \frac{g}{w^2} \cdot \frac{3nn(n+1)}{ln(n+1)+(2n+1)}$$

$$= \frac{3g}{lw^2} \cdot \frac{n}{2n+1}$$

Um den Winkel α für den Fall zu finden, wenn AI eine gleichförmig schwere Linie ist, hat man nur in der vorigen Formel $n = \infty$ zu setzen, was für $l \cos \alpha = HD = h$,

$$h' = \frac{3g}{2w^2} = \frac{3}{2} h$$

gibt, so daß also auch in diesem Falle die Linie h' von der Länge der Linie l unabhängig ist.

Diese Eigenschaft der Schwungkraft läßt sich an einer gut construirten Centrifugalmaschine, wie sie in physikalischen Cabinetten vorkommen, leicht nachweisen, und bietet so eine nützliche Vervollständigung dieses Apparats dar.

VII. Die Farben des Mausits;

von W. Haidinger.

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzungsber. d. math. naturw. Klasse d. Wiener Akademie d. Wiss. Juli 1853.)

»Das hexagonale Eisensalz $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{SO}_3 + 3(\text{KO})\text{SO}^3 + 3\text{H}_2\text{O}$, welches mir so interessante Resultate hinsichtlich des Auftretens von basischem Wasser geliefert hat (Pogg. Ann. Bd. XI, S. 73), bildet Krystalle, welche senkrecht auf ihre Axe grünes, parallel mit ihrer Axe (je nach der Länge der sechsseitigen Säulen oder Tafeln) gelbes bis rothbraunes Licht durchlassen. Nun enthält aber jenes Salz keine Spur von Eisenoxydul, sondern nur Eisenoxyd, Schwefelsäure, Kali und Wasser (basisches und Krystallisations-Wasser.) Unter gewissen Umständen bildet dasselbe Salz ein krystallinisches Pulver von schön zeisigrüner Farbe, einer Nüance also, worin wir Gelb und Grün zugleich erblicken.»

So schreibt in Bezug auf die Krystalle, deren Farbenverhältnisse den Gegenstand der nachfolgenden Bemerkung ausmachen, mein hochverehrter Freund, Hr. Prof. Scheerer in Freiberg in einem an mich gerichteten Briefe vom 10. Mai 1853.

In der obigen Abhandlung: »Beiträge zur näheren Kenntniss des polymeren Isomorphismus«, in Pogg. Ann., so wie in Gmelin's Handbuch der Chemie, Bd. 3, S. 255 finden sich nun alle übrigen Nachrichten über jenes zuerst von Maus (Pogg. Ann. Bd. XI, S. 78) dargestellte Salz, welches Scheerer der Kürze wegen auch wohl (S. 77) das Maus'sche Salz nennt, ein Ausdruck, den ich hier als Glied der specifischen Nomenclatur nur in *Mausit* umbildete. Wenn ich aber als specifischen Namen diesen in der Ueberschrift gewählten vorschlage, so glaube ich dürfte dieß wohl selbst durch die an Unmöglichkeit gränzende Schwierigkeit einer chemischen systematischen Benennung hinlänglich begründet seyn.

Die Zusammensetzung ist nach Scheerer:

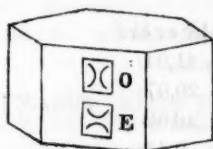
Schwefelsäure	41,94
Eisenoxyd	20,97
Kali	20,58
Basisches Wasser	9,43
Krystallisations-Wasser	7,08
	<hr/> 100,00.

Die Analysen wurden früher von Maus, Anthon und W. Richter, später in Scheerer's Laboratorium durch Hrn. Rob. Richter ausgeführt, und zwar die letzteren, theils von größeren Krystallen, welche Hr. W. Hilgard aus Illinois in Dr. Schweizer's Laboratorium in Zürich dargestellt, theils von Krystallen, die in Scheerer's Laboratorium selbst erhalten worden waren.

Nach einer späteren Mittheilung erhält man die Mausitkrystalle leicht durch freiwilliges Verdunsten in gewöhnlicher Zimmertemperatur in einer flachen Schale von einer Auflösung des gewöhnlichen Eisenalauns. Endlich sandte mir Hr. Prof. Scheerer eine Anzahl der kleinen Kry-

stalle selbst, die bei einer unmittelbar darauf angestellten Betrachtung mir ein so unerwartetes Ergebniss darboten, dafs ich gerne noch die letzte Sitzung des akademischen Jahres benutze, um sie der hochverehrten Klasse vorzulegen, selbst bevor es mir möglich ist, aus bereits eingeleiteten Krystallisationsprocessen gröfsere Individuen zu erhalten, an welchen vielleicht später eine und die andere Beobachtung sich mit gröfserer Schärfe anstellen lassen wird.

Die Krystalle des Mausits sind übereinstimmend mit Hrn. Prof. Scheerer's Angabe, regelmäfsige sechsseitige Prismen; die mir vorliegenden Krystalle etwa eine halbe Linie in jeder Richtung haltend, doch sind auch mehrere derselben in vollkommen paralleler Stellung bei gleicher Dicke zu sechsseitigen Krystalltafeln gruppiert, welche bis drei Linien messen. Anstatt der Endfläche erscheint ein ganz flaches Quarzoid.



Bei der Dicke von einer halben Linie erschienen mir nun nach der gewöhnlichen mineralogischen Farbenbenennung die folgenden Farbentöne, Farbe der Basis *O* hyacinthroth. Farbe der Axe *E* ölgrün. Der Gegensatz der Farbe ist ungemein deutlich, er steigert sich bei gröfserer Dicke; das hellere Oelgrün wird zwar auch etwas intensiver, mehr gelb, aber anstatt des rothen Tones erscheint ein wirkliches Schwarz, der Krystall ist in der Richtung der Axe undurchsichtig; Platten von Mausit, der Axe parallel, eine Linie dick geschnitten, zwischen zwei polirte Glasplatten geklebt, würde man wie den besten Turmalin anwenden können. So dick sind nun freilich diese kleinen Prismen und Tafeln nicht, aber man vergleicht ja auch die Töne am Besten durch die dichroskopische Loupe, so wie es oben der Holzschnitt zeigt. Bei geringerer Dicke wird aber auch das Hyacinthroth heller, es geht in Leberbraun über, das selbst immer mehr Gelb erscheinen läfst und durch ein wahres Oelgrün nicht zu unterscheiden von der

Axenfarbe anderer Individuen in noch hellere Töne übergeht. Wenn man einen Krystall mit dem Messer zerdrückt, und die Splitter bei etwa sechzigfacher Vergrößerung untersucht, so nähern sich die zwei gelben Töne ungemein, nur daß der eine beinahe farblos ist. Neuere Mikroskope sind schon häufig auch für polarisirtes Licht eingerichtet. Wo dieß nicht der Fall ist, genügt es, ein Doppelspath-Rhomboëder zwischen das Ocular und das Auge zu bringen. Auf der anderen Seite sind aber schon die oben erwähnten breiteren tafelförmigen Krystallgruppen bereits so dunkel, daß sie den leberbraunen Ton erreicht haben, die nächste Stufe vor dem Hyacinthroth. Die Farbenreihen für den ordinären und den extraordinären Strahl sind also gänzlich gleich:

Weiß, Oelgrün, Leberbraun, Hyacinthroth, Schwarz. Aber der ordinäre Strahl ist mehr absorbiert, die dunkleren Töne treten schon bei geringerer Dicke ein, und zwar in einem Verhältnisse, welches vorläufig auf etwa 1:8 bis 1:10 geschätzt werden kann, bis etwa späterhin Vergleichen an vollkommeneren, größeren Krystallen numerische Daten liefern, so wie auch die Beantwortung der Frage, ob der mehr absorbierte ordinäre Strahl auch der stärker gebrochene sey, wie es das allgemeine, die beiden Babinet'schen verbindende, Gesetz verlangt.

Was nun aus den obigen Beobachtungen unzweifelhaft hervorgeht, und was deutlich hervorzuheben eigentlich der Zweck der gegenwärtigen Mittheilung war, ist: die Nachweisung der Thatsache, daß es selbst stark dichromatische Krystalle giebt, in welchen die Farbenunterschiede nach verschiedenen Richtungen nicht durch absolute Verschiedenheiten der Färbung selbst herorgebracht werden, sondern bei welchem sie auf der *mehr und weniger starken Absorption* des durchgehenden Lichts überhaupt beruhen.

Gewiß kann keine bloß auf Mehr und Weniger der Absorption beruhende Verschiedenheit die dunkel- oder hellblauen Farbentöne des Cordierits auf die gelblichweißen, in dunkleren Krystallen selbst bis in das Honiggelbe

reichenden Töne desselben bringen. Ebenso wenig entstehen die schwärzlichblauen (dintenblauen, *purple*), schön violblauen und spargelgrünen des Diaspors, die einen aus den anderen, durch mehr oder weniger starke Absorption. Ihre theoretische Betrachtung, in Bezug auf die Lage und Gestalt der färbenden Körper, oder auf die Anordnung der kleinsten Theilchen überhaupt, ist also noch viel schwieriger als bei Krystallen, wie sie der Mausit zeigt. Hier langt man gut mit einem einzigen Körper aus, dem Eisenoxyd, ungeachtet des Dichroismus: denn es genügt anzunehmen, daß die Theilchen dergestalt geordnet sind, daß ein durch das sechsseitige Prisma von Fläche zu Fläche hindurchfallender Strahl, der nun in zwei senkrecht auf einander polarisirte zerlegt wird, mit den senkrecht auf die Axe stattfindenden Schwingungen des ordinären Strahles eine größere Anzahl materieller Punkte oder Theilchen von Eisenoxyd antreffe, als mit den in der Richtung der Axe stattfindenden Schwingungen des extraordinären Strahles.

Die Verschiedenheiten der Farbentöne, selbst das durch den Gegensatz mit dem Hyacinthroth noch mehr grün erscheinende Oelgrün, bilden also hier der Erklärung keine Schwierigkeit. Sie beruht einfach auf größerer oder geringerer Absorption. Desto räthselhafter stellt sich uns die Färbung der Krystalle vor, welche das *Eisenoxyd* in Verbindung mit Oxalsäure und Alkalien enthalten, oft vor dem schönsten *Grasgrün*, und wenn auch selbst dichromatisch, doch nur gleichzeitig mit ganz blassen gelblich-weißen Tönen, die höchstens bis zum Oelgrün reichen.

Die Verschiedenheiten der Farbentöne, selbst das durch den Gegensatz mit dem Hyacinthroth noch mehr grün erscheinende Oelgrün, bilden also hier der Erklärung keine Schwierigkeit. Sie beruht einfach auf größerer oder geringerer Absorption. Desto räthselhafter stellt sich uns die Färbung der Krystalle vor, welche das *Eisenoxyd* in Verbindung mit Oxalsäure und Alkalien enthalten, oft vor dem schönsten *Grasgrün*, und wenn auch selbst dichromatisch, doch nur gleichzeitig mit ganz blassen gelblich-weißen Tönen, die höchstens bis zum Oelgrün reichen.

VIII. *Paläo-Krystalle, durch Pseudomorphose verändert; von W. Haidinger.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus gleicher Quelle, wie die vorgehende Notiz.)

Als Nachtrag zu den Bemerkungen über einige neuere Arbeiten und Ansichten meines hochverehrten Freundes, Hrn. Professors Scheerer, vom verflorenen Jänner (Sitzungsberichte Bd. X., S. 88) erlaube ich mir heute zwei Exemplare zur Ansicht vorzulegen, welche mir derselbe gütigst zugesandt hat, und welche eine der dort erwähnten Paramorphosen zeigen, nämlich Albit in den Formen eines Skapoliths, von Krageröe in Norwegen, mit der Formel $(\text{RO} + \text{SiO}_3) + (\text{R}_2\text{O}_3 + 3\text{SiO}_3)$. Bei der grossen Wichtigkeit der Studien über pseudomorphe Bildungen überhaupt, gehören diese gewiss zu den anziehendsten, weil sie uns Mineralvorkommen verstehen lehren, die lange als räthselhafte Bildungen den Scharfsinn der Naturforscher umsonst zur Lösung aufriefen. Hr. Prof. Scheerer erwähnt ihrer neuerdings in einer wichtigen Abhandlung über Pseudomorphosen in Pogg. Ann., Bd. 89, S. 1, und giebt daselbst auch eine treffliche Nachweisung über die Natur des von Werner sogenannten Spreusteins aus dem Norwegischen Zirkonsyenit. Hr. Prof. Blum hatte den Beweis zu führen gesucht (Pogg. Ann. Bd. 87, S. 315), der Spreustein sey pseudomorph nach Eläolith gebildet. Allein die Formen der ursprünglichen, nun veränderten Krystalle, wurden von Blum als regelmässige sechsseitige Prismen angenommen, während Scheerer selbst zuerst 1842 auf einer kleinen Insel, westlich von der grösseren Insel Lövoë im Brevigsfjord, sechsseitige Prismen einige Zoll lang, bei einem Durchmesser von $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll, auffand, ganz aus der faserig-körnigen Spreusteinmasse bestehend, welche zwei Winkel von nahe 125° , und vier von nahe 118° zeigen, und ausserdem deutlich augitische Symmetrie, die Ebene

der Abweichung den Winkel von 125° halbirend, so dafs die Formen sehr viele Analogie mit Amphibolformen zeigen. Nun findet aber die chemische Analyse im Spreustein vollkommen die Mischung des Natroliths, ja der Spreustein ist nach allen Verhältnissen, der Form, Masse und Materie eine Varietät von Natrolith, und Scheerer nimmt zur Erklärung ihrer Bildung an, es haben sich zuerst Krystalle der augitischen Form, genau wie bei dem Vorgange mit dem geschmolzenen Schwefel gebildet, welche, der gleichen Analogie folgend, während oder nach ihrer Erstarrung innerlich zu einem Aggregate krystallinischer Partikel der gewöhnlichen Form verändert worden seyen. Dabei sey nichts hinzutreten, nichts hinweggeführt worden, es seyen reine Paramorphosen. Gewifs sind es Pseudomorphosen, die als besonderen Fall Scheerer's Paramorphosen, die Pseudomorphosen zwischen dimorphen Verbindungen in sich begreifen.

Hr. Prof. Scheerer bediente sich zur Bezeichnung der beiden Zustände der Ausdrücke: der *rhombische* Natrolith *A*, wie er nun sich im Spreustein zeigt, und der *monoklinödrische* Natrolith *B*, aus dem er entstanden ist. In einem Briefe an Scheerer bemerkte ich, ich hätte gewünscht, er würde der, wenn auch nun verschwundenen, Species einen eigentlichen Namen gegeben haben. Weder die dem Augenblick entsprechend, so zu sagen improvisirte, systematische Nomenclatur, noch gar die Anwendung von Buchstaben schien mir den Anforderungen zu genügen, die man gerne stellen möchte. Wollte man auch vorläufig keinen einfachen selbstständigen Namen geben, so liefse sich doch auf irgend eine Art die Beziehung ausdrücken, in welcher die Species der früher vorhandenen Krystalle zu der Species der nun noch übrigen steht. Analog dem Worte „Paläontologie“, die sich ja auch auf Species bezieht, die nicht mehr lebend existiren, bot sich wie von selbst die Verbindung des Namens derjenigen Species, welche nun übrig ist, mit dem Vorsatze „Paläo“ dar, so dafs die nach Scheerer's Annahme ursprüngliche Bildung ein *Paläo-Na-*

Natrolith gewesen wäre, während das, was Werner Spreustein genannt hat, einfach *Natrolith* ist, aber in *Pseudomorphosen*, oder wie Scheerer es nimmt, in *Paramorphosen* nach *Paläo-Natrolith*.

Ich nehme hier immer Pseudomorphose als den allgemeineren, Paramorphose als den in jenem enthaltenen specielleren Begriff, ja nicht als Gegensatz. Hr. Prof. Scheerer nennt (pag. 12) eine Paramorphose »das Product einer bloßen, innerhalb der Gränzen des betreffenden Krystalls vorgegangenen Atom-Umsetzung, während jede andere Pseudomorphose durch eine über jene Gränzen hinausgehende Atom-Wanderung entstand«. Das Gemälde in großen Zügen entworfen, giebt allerdings einen festen Anhaltspunkt. Wenn man indessen die Einzelheiten näher ins Auge faßt, so bleibt fast keine Möglichkeit, daß die absolute Uebereinstimmung je stattfinde. Man muß dazu natürlich alle Eigenschaften der zuerst und der später gebildeten Species mit einander vergleichen. Namentlich ist das specifische Gewicht von größtem Einflusse. Die von den zweierlei Krystallen erfüllten Räume verhalten sich stets in dem umgekehrten Verhältnisse ihrer Dichten. Treffen wir nun Kalkspath in dem Raume früherer Aragonkrystalle, so kann, da ihre Dichten sich ungefähr wie 27 : 29 verhalten, selbst, wenn der Raum nun vollständig ohne Zwischenraum erfüllt ist, dieß nur dann geschehen, wenn etwa $\frac{1}{4}$ der ganzen Aragonmasse außerhalb des Raumes, den sie früher einnahm, hinausgeschoben oder hinweggeführt wird. Noch größer wird der Unterschied, wenn, wie es in der Natur so häufig vorkommt, auch im Innern der Pseudomorphosen leere Räume übrig bleiben. Hier ist gewiß nicht einfache Atom-Umsetzung, sondern wahre Atom-Wanderung. Das Umgekehrte findet statt, wenn das specifische Gewicht der in Pseudomorphosen erscheinenden Species höher ist, als das der ursprünglichen oder *Paläo*-Krystalle. Auch hier erfüllt dann das später Gebildete den Raum nicht mehr vollständig; oder wenn ein Raum wirklich vollständig er-

füllt ist, so ist es nicht mehr der des ursprünglichen Kry-
stalls. Gewiss läßt sich eine ununterbrochene Reihe dar-
stellen, von den Pseudomorphosen dimorpher Verbindun-
gen, z. B. den Schwefel-Paramorphosen beginnend, Schwe-
fel pseudomorph nach Sulfurit, bis in diejenigen Pseudo-
morphosen, *wo scheinbar* kein chemischer Zusammenhang
zwischen den beiden Species stattfindet, wie wenn Quarz
in den Formen von Kalkspath erscheint.

So wären die verschwundenen *Aragone Paläo-Calcit*
gewesen, die verschwundenen *Augite Paläo-Amphibol*, ei-
gentlicher *Paläo-Uralit*, und die Ausdrücke vorzüglich dazu
bestimmt, um die Betrachtungen zu erleichtern, welche man
über die Gegenstände oder Körper selbst anstellen will.

Was ich indessen nur in jenem Briefe erwähnte, wurde
von Hrn. Prof. Scheerer mit mehr Aufmerksamkeit be-
trachtet. Er schrieb mir am 20. Juni: »Das Bedürfnis
einer solchen Benennung kann wohl dringend genannt
werden. Willst Du darüber bei Gelegenheit etwas ver-
öffentlichen, so könnte es mich nur freuen. Ich pflichte
Deinem Vorschlage ganz bei.« Dieser Beifall des so innig
mit dem Gegenstande vertrauten Forschers, der so viele
Erfolge langjähriger unermüdeter Aufmerksamkeit bereits
als die seinigen bezeichnen kann, ist mir nun eine wahre
nicht zurückzuweisende Aufforderung gewesen, den Gegen-
stand, so wie er oben entwickelt ist, heute noch in der
letzten Sitzung des akademischen Jahres der hochverehrten
mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse vorzulegen.

IX. Ueber die Anwendung der Photographie zum Studium gewisser Polarisations-Erscheinungen; von Hrn. W. Crookes.

(Phil. Mag. Ser. IV. Vol. VI. p. 73, wo der Aufsatz aus dem *Journal of the Photographic Society*, 1853, entlehnt ist.)

Die Versuche, welche ich die Ehre habe, heute Abend der Gesellschaft vorzulegen, wurden vor achtzehn Monaten begonnen und entsprangen aus dem Wunsch, die bekannten schönen Figuren, die man bei dünnen Platten von Krystallen, wie Kalkspath und Salpeter, im Polariscope sieht, zu fixiren.

Nach einigen vorläufigen Versuchen mit verschiedenen Anordnungen von Linsen und Turmalinen, um auf dem Grundglase (*ground-glass*) der *Camera obscura* ein deutliches Bild zu erhalten, schritt ich endlich zu folgendem Verfahren. Der betreffende Krystall wurde zwischen zwei Turmaline gebracht, und nachdem er so gestellt worden, daß man in diffusem Licht beim Hindurchsehen die geeignete Figur erhielt, wurde das Ganze mit Marjoleim zusammengekittet und so in der Messingröhre einer doppelt achromatischen Portraitlinse befestigt. Verschiedene (nicht achromatische) Linsen wurden hinter dem Krystall aufgestellt, um das Bild aufzufangen und zu verkleinern, ehe es auf die Collodiumplatte fiel; sie waren an Zahl und Brennweite verschieden, je nachdem das Bild klein oder groß seyn sollte. Vor dem Ganzen war eine Linse angebracht, mehr zum Schutz gegen Staub u. s. w., als zu einem practischen Zweck, obgleich sie das Licht etwas zu condensiren schien. Wiewohl diese Vorrichtung ein sehr vollkommnes Bild auf dem Grundglase gab, so war doch das Licht, wegen seines Durchgangs durch so viele Gläser und die beiden dunkelbraunen nicht einen Viertelquadratzoll großen Turmaline, ungemein schwach, so daß das Bild nicht anders auf dem Glase (*focusing-glass*) gesehen werden

konnte, als wenn man die *Camera* gegen die Sonne richtete und dabei alles übrige Licht von dem Auge ausschloß. Collodium, obgleich unter den gewöhnlichen Umständen so außerordentlich empfindlich, erwies sich zum Copiren dieser Figuren als ganz unpassend, da die Platten, in ihrer nothwendig aufrechten Stellung, die zur Erlangung eines Bildes erforderliche Aussetzung nicht ertrug, ohne sich zu zersetzen. Außerdem würde bei Einstellung der *Camera* auf die Sonne die Bewegung der letzteren eine sehr ungleiche Wirkung auf die Platte hervorbringen, welches dem Erfolge des Versuchs schadete. Nach wiederholten mißlungenen Versuchen war ich genöthigt, die Collodiumplatte durch ein empfindliches Papier zu ersetzen und die *Camera* mehrere Tage lang gegen Norden gerichtet stehen zu lassen.

Bei diesem Versuch erhielt ich zwar kein gutes Resultat, hatte aber doch die Genugthuung zu lernen, daß Licht, welches eben intensiv genug ist, einen vorübergehenden Eindruck auf die Netzhaut zu machen, mit der Zeit einen starken Eindruck auf eine empfindliche photographische Fläche macht. Ich würde indeß nichts Bemerkenswerthes erlangt haben, hätte nicht Prof. Wheatstone, dem ich die Resultate meiner Versuche mittheilte, mir gütigst erlaubt, seine prachtvollen Turmaline und Krystalle zu benutzen. Als ich diese in die oben erwähnte Stellung brachte, konnte ich, ohne Sonne, ein sehr deutliches Bild auf dem Grundglase wahrnehmen, und durch einige vorläufige Versuche fand ich sogar, daß Collodium selbst im zerstreuten Himmelslicht einen guten Eindruck annahm, wenn es demselben, je nach der Größe und Beschaffenheit des angewandten Krystalls, eine halbe bis zwei Stunden ausgesetzt ward. Die *Camera* muß auf den Boden gelegt und aufwärts gerichtet werden. In dieser Lage hält sich die Collodiumplatte mehr als drei Stunden, wenn sie hinreichend horizontal liegt, um die Flüssigkeit auf ihrer Oberfläche zurück zu halten. (Ich finde, daß sie in dieser Lage sehr wenig von ihrer Empfindlichkeit einbüßt).

Das beste Licht ist das eines bedeckten, zwar hellen, aber sonnenlosen Himmels. Die *Camera* muß alle zwei oder drei Minuten einen Quadranten gedreht werden, um eine zu ungleiche Wirkung des Lichts zu verhüten.

Die im raschgeköhlten Glase unter denselben Umständen entstehenden Figuren ließen sich ohne Schwierigkeit copiren. Das Glas, eingefasst von einem schwarzen opaken Rahmen, stand aufrecht vor einem schwarzen Glaspiegel und dieser war so gestellt, daß er das auf ihn fallende diffuse Tageslicht unter dem geeigneten Winkel horizontal reflectiren und durch das Glas senden mußte. Ihm gegenüber stand die *Camera* mit einem Turmalin oder Nicol'schen Prisma vor der Linse, durch dessen Drehung die verlangte Figur erhalten wurde.

Meine ersten Copien wurden auf Collodium gemacht, das auf gewöhnliche Weise jodirt worden. Sie zeigten, sowohl beim Kalkspath als beim Salpeter, eine weit größere und viel weiter ausgedehntere Zahl von Ringen als im Polariskop gesehen werden konnte; während ich im letzteren nicht mehr als acht oder neun Ringe zu sehen vermochte, konnte ich in der Photographie zuweilen an fünfzig zählen, was in merkwürdiger Weise die größere Ausdehnung derjenigen Ringe zeigt, die von den jenseits der sichtbaren Strahlen liegenden brechbareren gebildet werden.

Als ich vor einigen Wochen gegen Prof. Wheatstone dieses Umstandes erwähnte, äußerte er, daß ich wohl besseren Aufschluß hierüber erlangen würde, wenn ich nach Sir Herschel's Vorschlag das Jodsilber durch Bromsilber ersetzte und die chemischen Strahlen mit schwefelsaurem Chinin fort nähme, weil dann der Effect von bloßem Licht erhalten würde. Sogleich machte ich hierüber folgenden Versuch. Nachdem ich mich zuvörderst überzeugt hatte, daß Quarz in der Dicke von mehreren Zollen die chemische Strahlen nicht aufhalte, bildete ich eine Zelle von etwa eine Unze Rauminhalt, an der zwei Seiten aus flachen Quarzplatten bestanden und $1\frac{1}{2}$ Zoll von einander entfernt waren. Diese füllte ich mit einer Lösung von schwefelsaurem Chinin in

4 Theilen verdünnter Schwefelsäure, und maafs den Abstand, bis zu welchem die unsichtbaren Strahlen noch einstrangen, indem ich Sonnenlicht mittelst einer Linse concentrirte. Der Kegel von blauem Lichte drang kaum einen Achtelzoll hinein. Nun wurde die mit der Lösung gefüllte Zelle gegen den Himmel gestellt und mit einer Quarzlinse eine Photographie auf Jodsilber genommen. Der Himmel bildete sich schwarz ab, während das durch die Chininlösung gegangene Licht die Platte kaum im Mindesten angegriffen hatte. Ich verdünnte nun die Lösung, bis sich zeigte, dafs der Lichtkegel nur die Hälfte der Zelle durchdrang. Die Photographie bot denselben Anblick wie zuvor dar; und erst nachdem sie soweit verdünnt worden, dafs der blaue Lichtkegel, der durch Concentration des Sonnenlichts auf die Lösung gebildet ward, vollständig durchgegangen wäre, konnte ich einen vergrößerten Effect auf die Photographie wahrnehmen. Als die Lösung nicht mehr als einen bis zwei Gran auf die Unze enthielt, wurden kaum noch chemische Strahlen absorbt.

Der geringe Effect, welchen das Licht nach dem Durchgang durch die starke Chininlösung ausübte, rührte, wie ich fand, blofs von der Wirkung der wenigst brechbaren Strahlen her. Als vom Sonnenspectrum eine Photographie genommen wurde, wobei das Licht, ehe es auf das Prisma fiel, durch die obige Lösung ging, erfolgte nur ein schwacher Eindruck, und nur da, wohin die sichtbaren Strahlen fielen. Mit Bromsilber wurde derselbe Effect in viel kürzerer Zeit erreicht.

Hierauf liefs ich mir Collodium mit Brom statt des Jods von Hrn. Hockin bereiten; diefs fand ich seinem Zweck sehr gut entsprechend.

Als ich auf dieser Schicht, mit Dazwischensetzung eines anderthalb Zoll dicken Bades von beinahe gesättigter Lösung von schwefelsaurem Chinin, die in Salpeter sichtbaren Figuren copirte, hatte ich die Befriedigung zu finden, was ich vorausgesehen. Die Ringe waren nun auf die sichtbare Anzahl reducirt und zugleich viel breiter, herrührend da-

von, dafs in jedem Ringe eine gröfsere Fläche das Bromsilber zu afficiren vermochte. Allein es zeigte sich hier eine merkwürdige Verschiebung; jeder Quadrant der inneren Ringe schien, statt seine gewöhnliche regelmäfsige Gestalt zu behalten, wie in zwei Hälften gebrochen, und die Hälften waren gegen die benachbarten Ringe abwechselnd gehoben und vertieft.

Nachdem ich mit Salpeter, einem zweiaxigen Krystall, so unerwartete Resultate erhalten hatte, ward es von grossem Interesse zu sehen, ob ein einaxiger Krystall unter ähnlichen Umständen auch eine abnorme Figur zeigen werde. Zu dem Ende wurde Kalkspath gewählt. Die bisher auf Jodsilber erhaltene Figur war eine vollkommen regelmäfsige, bei welcher die Ringe mit der Entfernung vom Mittelpunkt allmählig an Breite und Deutlichkeit abnahmen, und nur in sofern von denen im Polariskop gesehenen abwichen, dafs sie sich bis zu einer gröfseren Entfernung erstreckten. Bei Anwendung von Bromsilber und einem Bade von Chininlösung, um die chemischen Strahlen aufzufangen, hatte die Figur nicht mehr ein so regelmäfsiges Ansehen wie zuvor. Die Anzahl der Ringe war auf etwa neun reducirt, wobei der vierte und fünfte Ring mit gänzlicher Vernichtung ihres Zwischenraums zu einem einzigen breiten Ringe vereinigt erschienen.

Seitdem habe ich gefunden, dafs dieselben Resultate erhalten werden, es mag das Chininbad vorhanden seyn oder nicht, sobald nur Bromsilber als empfindliche Fläche angewandt wird.

[Auf Taf. III. erblickt man in Fig. 5 die normale, und in Fig. 6 die abnorme Figur beim Kalkspath, und in Fig. 7 die normale und in Fig. 8 die abnorme Figur beim Salpeter.]

Da die Strahlen, welche diese abnormen Figuren hervorrufen, nicht auf Jodsilber wirken, wohl aber auf Bromsilber, es mag ein Chininbad davor gesetzt seyn oder nicht, so können sie schwerlich in dem brechbareren unsichtbaren Theil des Spectrums vorhanden seyn, wenigstens

nicht in demjenigen Theil, welcher vom schwefelsauren Chinin absorbirt wird; ebenso wenig können sie unsichtbare, jenseits des äußersten Roth liegende Strahlen seyn, weil diese nicht auf Bromsilber wirken. Ich habe mich überzeugt, daß diese Figuren direct für das Auge unsichtbar sind, indem ich in einem Polariskope jeden der Krystalle genau untersuchte, erst bei Beleuchtung mit weißem Lichte und dann mit jedem einzelnen Strahl eines sehr reinen Sonnenspectrums. In keinem Falle konnte etwas anderes als die normale Figur wahrgenommen werden. Es ist also möglich, daß diese abnormen Figuren durch unsichtbare Strahlen veranlaßt werden, die bisher der Beobachtung entgangen und in dem sichtbaren Theil des Spectrums enthalten sind.

—◆—

X. Ueber die Ursache des Vorkommens abnormer Figuren in photographischen Abbildungen polarisirter Ringe; von G. G. Stokes.

(Philosoph. Magaziu, Ser. IV. Vol. VI. p. 107.)

Der folgende Aufsatz bezweckt die Betrachtung der Theorie einiger merkwürdigen Resultate, welche Hr. Crookes bei Anwendung der Photographie auf das Studium gewisser Polarisations-Erscheinungen erhalten hat ¹⁾.

Bei den gewöhnlichen Anwendungen der Photographie hat man gewisse Gegenstände und Theile von Gegenständen abzubilden, welche in Farbe oder in Helligkeit oder in beiden Stücken von einander abweichen, je nach der Natur der Substanzen und der Weise, wie die Lichter und Schatten fallen. In sofern die photographische Kraft eines heterogenen Lichtbündels, in Bezug auf eine gegebene empfindliche Substanz, nicht proportional ist seinem Beleuch-

1) Siehe den vorhergehenden Aufsatz.

tungsvermögen, ist die Dunkelheit der Gegenstände in einer negativen Photographie auch nicht proportional der Helligkeit, wie sie dem Auge erscheint, nicht einmal immer von derselben Reihenfolge. Dennoch werden die Umrisse der Gegenstände und ihrer Theile getreulich bewahrt. Denn wiewohl es denkbar ist, daß zwei benachbarte Theile eines Gegenstandes, welche das Auge an ihrer Farbe augenblicklich unterscheidet, Strahlen von fast genau gleicher photographischer Kraft in Bezug auf die gerade angewandte empfindliche Substanz reflectirten, so daß sie in der Photographie durchaus nicht unterschieden werden könnten; oder andererseits, daß zwei Theile eines Gegenstandes, zwischen welchen das Auge durchaus keinen Unterschied erkennen könnte, sich auf der Photographie verschieden herausstellten, — so würden doch die Bedingungen, welche erfüllt seyn müßten, damit die *Gestalten* einer Reihe von Gegenständen, z. B. gefärbte Muster oder ein Bild der Krystallringe, sich in dieser Weise, durch Auftreten einer Reihe von Umrissen für eine andere, verändern sollten, so eigenthümlich seyn, daß man den Fall als unendlich betrachten kann in Bezug auf das, daß keine solche Formveränderungen in merklichem Grade hervorgebracht werden.

Allein, wenn die Photographie zur Abbildung von Interferenz-Erscheinungen, wie die mittelst des polarisirten Lichts in den Krystallen sichtbaren Ringe, angewandt wird, ist der Fall in mancher Hinsicht wesentlich ein anderer. Gesetzt, um ein besonderes Beispiel zu wählen, es wären die Ringe des Kalkspaths in weißem Lichte zu betrachten, während die Polarisations-Ebenen des Polarisators und des Zerlegers sich kreuzten, so daß das schwarze Kreuz entstände. Betrachten wir die Abwechslungen, welche stattfinden, wenn wir vom Mittelpunkt aus in einer unter 45° gegen die Arme des Kreuzes geneigten Richtung fortgingen. Zunächst giebt es hier offenbar Abwechslungen der Intensität; allein sehr bald kann das Auge, welches unter solchen Umständen, selbst wenn die zu vergleichenden Lichter von derselben Farbe sind, nur ein schlechter Beurtheiler

von Intensitätsunterschieden ist, nicht mehr die Helligkeitsunterschiede wahrnehmen, sondern urtheilt ganz nach der Farbendifferenz. Dasselbe findet statt beim Salpeter, beim Zucker und bei anderen farblosen zweiaxigen Krystallen. Ausgenommen in unmittelbarer Nähe der optischen Axe oder Axen sind die Ringe, welche ihr Daseyn und ihre Gestalten in erster Instanz den Gesetzen der Doppelbrechung und der Interferenz des polarisirten Lichts verdanken, in anderen Beziehungen erzeugt und in ihren Formen bestimmt durch die Bedingung eines Maximums von Farbencontrast.

Betrachten wir nun was vorgeht, wenn ein Bild eines solchen Systems auf eine empfindliche Platte, z. B. auf eine mit Bromsilber bereitete, geworfen wird. Die Strahlen von der einen Brechbarkeit würden ein regelmäßiges Ringsystem bilden, welches, wenn diese Strahlen allein vorhanden wären und die Brechbarkeit zwischen den Gränzen läge, innerhalb welcher die Substanz angegriffen wird, auf der Platte ein System von Ringen hervorbrächte, genau den mittelst homogener Strahlen gesehenen gleich, sobald dieselben nur zum sichtbaren Spectrum gehörten. Dasselbe fände statt für Strahlen jeder Brechbarkeit im Besonderen, und die verschiedenen so gebildeten elementaren Ringsysteme würden bei Anwendung von heterogenem Lichte wirklich übereinander liegen. Ist die Photographie fertig, so zeigt sie gewisse Abwechslungen von Licht und Schatten, entsprechend den Abwechslungen in der *gesamten photographischen Intensität* der Strahlen, welche auf die Platte gewirkt haben, ohne daß zwischen der Wirkung von Strahlen einer Brechbarkeit und der von Strahlen einer anderen irgend ein Unterschied aufrecht erhalten wäre; wogegen, wenn die Strahlen direct beschaut werden, das Auge die Farbendifferenz auffängt, ohne die Intensitätsdifferenzen wahrzunehmen. Ich spreche natürlich bloß von den Abwechslungen, die beim Verfolgen einer durch die Ringe gezogenen Linie wahrgenommen werden, nicht von den dunklen Büscheln oder der Intensitätsveränderung, die

man längs einem gegebenen Ringe wahrnimmt. Wenn also heterogenes Licht angewandt wird, sind die Umstände, welche die Ringe bedingen, in beiden Fällen so verschieden, daß es kein Wunder ist, wenn die photographirten Ringe in gewissen Beziehungen von anderem Charakter sind, als die direct gesehenen.

Hiedurch ist nicht nur eine Characterverschiedenheit als wahrscheinlich nachgewiesen, sondern eine detaillirte Betrachtung der wirklichen Superpositionsweise wird auch dazu dienen, einige der Hauptzüge der von Hrn. Crookes beobachteten abnormen Ringe zu erklären. Nehmen wir den Kalkspath als Beispiel und setzen die durchgelassenen Strahlen sämmtlich als von gleicher Brechbarkeit voraus. In diesem Falle verändert sich die Intensität längs einem gegebenen, aus der Mitte des Kreuzes gezogenen, Radius wie das Quadrat des Sinus der halben Verzögerungsphase des ordentlichen Bündels in Bezug auf die des außerordentlichen (siehe *Airy's Tracts*). Ist i der Einfallswinkel, so variirt die Verzögerung beinahe wie $\sin^2 i$, und, wenn $\sin^2 i = r$, können wir als Ausdruck für die Intensitätsvariationen J annehmen:

$$J = \sin^2 (mr^2) = \frac{1}{2}(1 - \cos 2mr^2) \dots \dots (1).$$

In diesem Ausdruck ist m eine von der Brechbarkeit der Strahlen abhängige Constante. Beim Kalkspath folgen die Farben der Ringe der Newton'schen Scale, und m ist sehr nahe dem Umgekehrten der Wellenlänge proportional.

Angenommen nun, daß Strahlen von zweierlei Brechbarkeitsgraden zusammen durch den Krystall gehen, und daß die photographischen Intensitäten beider Arten gleich seyen. Angenommen auch, daß der Effect, welchen beide Systeme zusammen auf der Platte hervorbringen, gleich sey den Effecten, welche sie einzeln hervorzubringen vermögen. Die letztere Annahme, wenn auch nicht strenge richtig, wird es doch angenähert seyn, wenn die Platte nicht zu lange ausgesetzt bleibt. Wenn nun m' ist, was aus dem Para-

meter m für das zweite System wird, so können wir die Intensitätsvariation längs einem gegebenen Radius ausdrücken durch;

$$\left. \begin{aligned} J &= \sin^2(mr^2) + \sin^2(m'r^2) \\ &= 1 - \cos[(m - m')r^2] \cos[(m + m')r^2] \end{aligned} \right\} (2).$$

Gesetzt die Brechbarkeiten beider Systeme wären mäfsig verschieden. Dann wird der Unterschied zwischen den beiden Parametern m und m' zwar klein, aber nicht äufserst klein, im Vergleich zu einem von ihnen. Folglich wird von den beiden Factoren in dem Ausdruck für J der zweite ein gutes Theil rascher fluctuiren als der erste, und wird das seyn, was hauptsächlich die Radian u. s. w. der Ringe bedingt. Wäre der erste Factor constant und gleich 1, seinem Werthe für $r=0$, so würde der Ausdruck (2) genau von derselben Form wie (1), in dem der Parameter das Mittel der beiden m , m' würde. Indefs ist der erste Factor nicht constant, sondern nimmt ab, wie r zunimmt, und hier verschwindet er und wechselt dann das Zeichen. Folglich werden die Ringe weniger deutlich als mit homogenen Strahlen, und gegenwärtig erfolgt eine Art Verschiebung vom Betrage einer halben Ordnung, d. h. die hellen Ringe jenseits eines gewissen Punkts, oder in anderen Worten, aufserhalb des durch einen gewissen Werth von r bedingten Kreises, entsprechen, was die von ihren Radian gebildete Reihe betrifft, den dunklen Ringen innerhalb dieses Kreises, und so umgekehrt. In einigem Abstand jenseits dessen, bei welchem die Verschiebung stattfindet, werden die Ringe wiederum sehr deutlich; allein es ist nutzlos die Veränderungen des Ausdrucks für J weiter zu verfolgen, weil die für die Bildung dieses Ausdrucks vorausgesetzten Umstände sich zu weit von denen des wirklichen Versuchs entfernen.

Nach den numerischen Werthen von m und m' könnte ein dunkler Ring sich durch Zeichenwechsel des Factors $\cos(m - m')r^2$ in einen hellen Ring verwandeln, oder ein heller in einen dunklen übergehen, oder ein Ring

beider Arten breiter oder schmaler werden als er regelmäßig gewesen seyn würde. Das Zusammenfließen des vierten und fünften Rings in Hrn Crookes Photographie, bei Anwendung von Bromsilber, scheint nur eine Wirkung dieser Art gewesen zu seyn.

Allein damit eine Verschiebung der obigen Art stattfinde, ist es nicht wesentlich, dafs blofs zwei Strahlenarten wirken, noch selbst, dafs die Curve der photographischen Intensität zwei deutliche Maxima innerhalb des Spectrums darbiete. Gesetzt, dafs, innerhalb gewisser Gränzen, Strahlen von allen Brechbarkeiten durch den Krystall gehen und auf die Platte fallen. Um einen Ausdruck zu erhalten, der ohne zu grofse Mühe Zahlenbestimmungen zuläfst, und doch aus einer Hypothese entspringt, die sich nicht zu sehr von den Umständen des wirklichen Versuchs entfernt, will ich annehmen, die photographische Kraft der Strahlen, deren Parameter zwischen m und $m+dm$ liegt, sey, zwischen den Gränzen $m=2\pi$ und $m=3\pi$, proportional $\sin m dm$ und verschwinde jenseits dieser Gränzen. Da m sehr nahe proportional ist dem Umgekehrten der Wellenlänge, und das Verhältnifs 3π zu 2π oder 3 zu 2 sehr nahe das der Wellenlängen der festen Linien D und H ist, so entspricht diese Annahme der Voraussetzung, dafs die weniger als D brechbaren Strahlen unwirksam seyen, dafs dort die Wirkung beginne, dann nach einem gewissen Gesetze wachse, ein Maximum erreiche, abnehme und endlich bei H verschwinde. Die Wirkung würde wirklich bei H aufhören, wenn ein Bad einer Lösung von schwefelsaurem Chinin von gewisser Stärke gebraucht würde. In dieser Voraussetzung und der vorigen, dafs die Strahlen von verschiedenen Brechbarkeiten unabhängig von einander wirken, haben wir

$$J = \int_{2\pi}^{3\pi} \sin^2 (mr^2) \sin m dm.$$

Entwickelt man diesen Ausdruck und schreibt x für $2r^2$, so kommt:

$$J = 1 + \frac{\cos \frac{1}{2} \pi x \cdot \cos \frac{3}{2} \pi x}{x^2 - 1} \dots \dots (3).$$

Da die Discussion dieser Formel keine Schwierigkeit darbietet, so mag sie dem Leser überlassen bleiben. Der letzte Factor im Zähler des Bruchs ist der, welcher Fluctuationen im Ringe entspricht. Sobald x durch eine ungerade ganze Zahl gröfser als 1 geht, wechselt der erste Factor das Zeichen und es findet eine Verschiebung oder Verrückung von einer halben Ordnung statt; geht aber x durch den Werth 1, so ändert der Nenner sein Zeichen zugleich mit beiden Factoren des Zählers und es erfolgt keine Verschiebung. Wenn x bedeutend wird, wird der Nenner $x^2 - 1$ sehr grofs und die Fluctuationen der Intensität werden unmerklich.

Die folgende Tafel enthält die Werthe von J berechnet nach der Formel (3) für 16 Werthe von x in jeder der ersten sieben Ring-Ordnungen. Beim Uebergange von einem Ringe zum nächstfolgenden wächst der Winkel $\frac{5}{2}\pi x$ um 2π , und deshalb x um 0,8. Das Sechszehntel von diesem oder 0,05 ist der Anwuchs von x in der Tafel. Jede verticale Columnne entspricht einer Ordnung. Der irgend einer Zahl in der Tafel entsprechende Werth von x findet sich durch Addition der Zahlen in der oberen und den linken Columnnen.

x	0,00	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80
0,00	0,000	0,142	0,481	0,830	1,033	1,067	1,014
0,05	0,080	0,223	0,543	0,860	1,037	1,060	1,010
0,10	0,295	0,418	0,667	0,905	1,032	1,044	1,005
0,15	0,619	0,692	0,829	0,955	1,020	1,021	1,001
0,20	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,25	1,377	1,293	1,154	1,033	0,977	0,979	1,001
0,30	1,692	1,527	1,268	1,051	0,956	0,964	1,004
0,35	1,898	1,669	1,327	1,054	0,939	0,956	1,008
0,40	1,963	1,702	1,333	1,045	0,932	0,956	1,012
0,45	1,881	1,791	1,286	1,030	0,936	0,963	1,013
0,50	1,669	1,465	1,205	1,014	0,950	0,974	1,012
0,55	1,356	1,243	1,103	1,004	0,973	0,987	1,007
0,60	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,65	0,654	0,775	1,004	0,913	1,027	1,010	0,991
0,70	0,373	0,600	1,013	0,853	1,049	1,015	0,983
0,75	0,192	0,499	1,024	0,826	1,063	1,016	0,977

Nach dieser Tafel liefse sich leicht eine Intensitätscurve zeichnen, wenn man die Ordinaten proportional den Zahlen in der Tafel nähme und die Abscissen proportional den Werthen von r und deshalb proportional den Quadratwurzeln der Zahlen 0, 1, 2, 3, 4 etc. Allein die Form der Curve ist genügend verständlich entweder aus der Formel (3) oder aus dem Anblick der Zahlen in der Tafel.

Man wird sehen, dafs in den ersten drei Columnen die Zahlen, welche in den mit 0,20 und 0,60 beginnenden Zeilen liegen, hellen Ringen entsprechen und die übrigen jeder Columnne, zusammen mit dem Anfange der nächsten, einem dunklen Ringe. Allein der dunkle Ring, welcher regelmäfsig dem vierten hellen Ringe folgen würde, ist durch Zeichenwechsel des Factors $\cos \frac{1}{2}\pi x$ in einen hellen Ring verwandelt, welcher mit dem vorhergehenden einen einzigen breiten hellen Ring bildet, dessen Minimum $x=3$ entspricht, dessen Intensität jedoch auf ihren mittleren Einheitswerth herabsinkt. Eine ähnliche Verschiebung tritt in der siebenten Columnne ein, allein hier ist die ganze Variation verhältnifsmäfsig klein.

Beim Kalkspath haben die Ringe rundherum einen gleichen Charakter, allein in der Photographie der Ringe des Salpeters zeigt sich eine neue Erscheinung. Hr. Crookes Abbildung der abnormen Ringe des Salpeters ist zu klein, um deutlich zu seyn; allein mit Hülfe seiner Beschreibung hält es nicht schwer, zu errathen, was vorgeht. In Bezug auf diese Photographie bemerkt er: »Allein hier zeigt sich eine merkwürdige Verschiebung; jeder Quadrant der inneren Ringe erscheint, statt seine gewöhnliche regelmäfsige Figur zu behalten, wie in zwei Hälften zerbrochen, und die Hälften sind gegen die benachbarten Ringe abwechselnd gehoben und vertieft.«

Diese Erscheinung erklärt sich leicht als hervorgehend aus einer Uebereinanderlage von einzeln vollkommen regelmäfsigen Ringsystemen, wenn wir erwägen, dafs die Pole der Lemniscaten der verschiedenen Elementarsysteme nicht

coïncidiren, weil beim Salpeter der Winkel zwischen den optischen Axen wächst vom Rothen zum Blauen. Die Gestalt-Veränderung, welche sich als eine Verschiebung von einer halben Ordnung auffassen läßt, rührt nun von dem Umstand her, daß die kleineren Ringe, welche den brechbareren Strahlen entsprechen, gleichsam überholt werden von den größeren Ringen, die den weniger brechbaren Strahlen angehören. Klar ist, daß die Veränderung in der Lage der Pole der Lemniscaten dahin streben würde, diese Wirkung in den aussichts der optischen Axen liegenden Richtungen zu verzögern und in den zwischen diesen Axen liegenden zu beschleunigen. Folglich würde das, was in dem einen Theile ihrer Bahn ein heller Ring ist, in einem anderen Theil ein dunkler werden, und sonach jeder Quadrant eine Verschiebung von einer halben Ordnung in diesen Ringen zeigen. Um diese Verschiebung recht groß zu machen, müßte man einen Krystall von gewisser Dicke anwenden. Bei einem sehr dünnen Krystall würde keine Verschiebung dieser Art stattfinden, sondern eine wie sie beim Kalkspath erfolgt. Bei einem sehr dicken Krystall würde der Effect der chromatischen Veränderung in der Lage der optischen Axen zu sehr überwiegen.

Es erhellt demnach, daß alle Hauptzüge in den abnormen Ringen vollkommen erklärlich sind als hervorgehend aus der Superposition von an sich regelmässigen Systemen. Allein wenn bekannte Ursachen hinreichen zur Erklärung von Erscheinungen, dürfen wir ja nicht zu Dingen greifen, deren Existenz rein hypothetisch ist, wie z. B. das Daseyn unsichtbarer Strahlen in Begleitung sichtbarer Strahlen von gleicher Brechbarkeit, aber doch verschieden von ihnen. Einige der kleineren Details in den abnormen Ringen mögen fernere Erklärung oder genauere Berechnung verlangen; allein solche Berechnungen sind von keinem besonderen Interesse, sobald nicht die Erscheinungen begründeterweise die Wirkung bisher unbekannter Ursachen vermuthen lassen.

Die Verschiedenheit zwischen den mit Jod- und Bromsilber

silber gemachten Photographien erklärt sich leicht, wenn wir erwägen, in welcher Weise diese Substanzen respective von den Strahlen des Spectrums ergriffen werden. Beim Jodsilber findet sich eine solche Concentration der photographischen Kraft, die sich etwa von der Fraunhofer'schen Linie *G* bis etwas über *H* erstreckt, dafs wir selbst bei Anwendung von weifsem Lichte approximativ annehmen können, wir arbeiteten mit homogenem Licht. Deshalb, und nicht weil die Strahlen von hoher Brechbarkeit fähig seyen, ein ausgedehnteres Ringsystem als die von minderer Brechbarkeit zu erzeugen, sind auf der Photographie viel mehr Ringe vorhanden als man direct mit dem Auge in demselben weifsen Licht erblickt. Ueberdies zeigen die Ringe nicht denselben abnormen Charakter wie mit Bromsilber, bei welchem die photographische Kraft sich mehr über das ganze Spectrum ausbreitet.

Es ist nicht möglich das Auge und eine mit Bromsilber bereite empfindliche Platte in Bezug auf die Bildung abnormer Ringe unter dieselben Umstände zu versetzen. Es wäre leicht, wenigstens theoretisch, Auge und Platte in Bezug auf Ringe unter gleiche Umstände zu versetzen, wenn man homogenes Licht anwendete; allein dann würden, wie ich nicht zweifle, die auf der Platte sichtbaren Ringe so regelmäfsig seyn wie die direct mit dem Auge gesehenen. Andererseits wenn in der direct gesehenen Figur Farbenunterschiede vorhanden sind, so heftet sich unvermeidlich die Aufmerksamkeit darauf, und es ist unmöglich sich von ihnen zu befreien, ohne nicht zugleich das Licht so nahe homogen zu machen, dafs eben deshalb nichts Abnormes erscheinen würde. Hr. Crookes abnorme Ringe liefern also ein sehr interessantes Beispiel von gleichsam photographischer Schöpfung von Gestalten, die in dem direct vom Auge gesehenen Gegenstand nicht existiren.

XI. Untersuchung über die Alkaloïde der Chinarinden; von Hrn. L. Pasteur.

(Compt. rend. T. XXXVII p. 110.)

Es ist etwa ein halbes Jahrhundert, daß das *Cinchonin*, welches der Dr. Duncan in Edinburgh schon halbwegs erkannte, von Gomès, einem Arzte in Lissabon, zuerst isolirt und rein dargestellt wurde. Er schrieb demselben die Wirksamkeit der Chinarinden zu, verkannte aber die chemische Natur des Alkalis, die erst gegen 1820 von den HH. Pelletier und Caventou wohl festgestellt wurde, zu derselben Zeit, da sie auch die so wichtige Entdeckung des *Chinins* machten. Zwölf Jahre später etwa fanden zwei andere französische Chemiker, die Hrn. Henry und Delondre, in der gelben Chinarinde ein drittes Alkaloïd auf, *Chinidin* von ihnen genannt. Im J. 1829 wies der, schon durch die Entdeckung des Morphins berühmte Sertürner in den Mutterlaugen des schwefelsauren *Chinins* eine unkrystallisirbare Basis nach, die er *Chinoïdin* nannte und der er bewundernswürdige fiebertreibende Wirkungen zuschrieb.

Die allgemeinen Eigenschaften des *Chinins* und *Cinchonins* sind ziemlich wohl bekannt; allein über das *Chinidin* und *Chinoïdin* herrschen die widersprechendsten Ansichten.

Ich glaube alle Schwierigkeiten gehoben zu haben. Außerdem bringt meine Arbeit ganz neue Molecular-Relationen zwischen den verschiedenen Alkaloïden der Chinarinden zur Evidenz. Folgendes sind die neuen Thatsachen, zu denen ich gelangt bin.

§. I. *Cinchonicin*. — Das *Cinchonin*, in irgend einer Salzverbindung, der Wirkung der Wärme ausgesetzt, verwandelt sich in eine neue Base, die mit ihm isomer, aber ganz verschieden von ihm ist. Diese nenne ich *Cinchonicin*. Alle *Cinchoninsalze* können zur Bereitung des *Cinchoni-*

cins angewandt werden; soll aber die Umwandlung leicht und vollständig und der Zweck in nichts verfehlt seyn, so muß das Cinchoninsalz unter gewisse Umstände versetzt werden. Erhitzt man die Cinchoninsalze, so schmelzen und zersetzen sie sich im Allgemeinen sogleich; und wenn man nicht durch einen besonderen Kunstgriff die Schmelzung bei einer Temperatur, die von der seiner Zersetzung etwas weit absteht, hervorruft, so entsteht zwar das Cinchonicin, wird aber durch eine stärkere Wirkung der Wärme sogleich zerstört. Das gewöhnliche schwefelsaure Cinchonin z. B., direct erhitzt, tritt in Schmelzung, zersetzt sich aber sogleich und liefert eine schön rothe harzige Substanz, welche ein verändertes Cinchonicin ist. Wenn man aber zum Sulfat, ehe man es der Wirkung der Wärme unterwirft, etwas Wasser und Schwefelsäure hinzusetzt, so bleibt es, selbst nach Austreibung allen Wassers, bei einer niedrigen Temperatur geschmolzen, und man braucht es dann nur in diesem Zustand von 120 bis 130° C. drei bis vier Stunden zu erhalten, um es gänzlich in schwefelsaures Cinchonicin zu verwandeln. Die Menge des erzeugten Farbestoffs ist ungemein schwach, fast unwägbar.

Ich beweise durch Thatsachen, die von allen Chemikern anerkannt werden, dafs, wenn die Wärme bei dieser Umwandlung des Cinchonins eine grofse Rolle spielt, der glasige harzige Zustand des Products einen wesentlichen Einflufs hat, und die Isomerie sicher in ihren Ursachen auf diejenigen Umwandlungen zurückkommt, von denen die Mineralchemie uns mehrere Beispiele darbietet, im weichen Schwefel, im rothen Phosphor und in der glasigen arsenigen Säure.

§. II. *Chinicin*. — Alles eben Gesagte gilt Wort für Wort von den Chininsalzen. Diese Base, in irgend einer Verbindung, der Wirkung der Wärme unterworfen, verwandelt sich in ein neues, mit dem Chinin isomeres Alkaloid. Es ist nöthig und hinreichend, das Salz unter Umstände zu versetzen, die genau die eben für das Cinchoninsalz

angegebenen sind. Ich nenne die neue Base *Chinicin*. Das bequemste Verfahren zur Bereitung desselben besteht darin, daß man dem käuflichen schwefelsauren Chinin etwas Wasser und Schwefelsäure zusetzt. Selbst nach Vertreibung von allem Wasser bleibt das Salz geschmolzen, und nachdem es in einem Oelbade drei bis vier Stunden 120 bis 130 Grad ausgesetzt worden, ist die ganze Masse in schwefelsaures Chinicin verwandelt, mit Bildung von äußerst wenig Farbstoff.

Was die Eigenschaften des Cinchonins und Chinicins betrifft, so haben sie im Allgemeinen viel Analogie mit den Isomeren, aus welchen sie entstehen. Besonders zeigen sie unter sich die größten Aehnlichkeiten. Beide sind fast unlöslich in Wasser, dagegen sehr löslich sowohl in gewöhnlichem als in absolutem Alkohol. Beide verbinden sich leicht mit Kohlensäure und treiben in der Kälte das Ammoniak aus seinen Salzverbindungen. Beide schlagen sich aus ihren Lösungen in Gestalt flüssiger Harze nieder, wie das Chinin unter gewissen Umständen. Beide endlich lenken die Polarisationssebene rechts ab. Auch sind sie in gleichem Grade sehr bitter und fiebervertreibend.

§. III. *Chinidin*. — Ich habe eben der Widersprüche erwähnt, die man in allen Arbeiten über das Chinidin antrifft. Diese Widersprüche entspringen sämmtlich daraus, daß man unter dem Namen Chinidin zwei, in ihren physischen und chemischen Eigenschaften ganz verschiedene Alkaloïde verwechselt hat, die in dem käuflichen Chinidin fast beständig mit einander gemengt vorkommen, wenn man dasselbe nicht durch wiederholtes Umkrystallisiren gereinigt hat. So ist das im J. 1833 von den HH. Henry und Delondre entdeckte Chinidin etwas ganz Anderes als das, was man gegenwärtig in Deutschland und Frankreich so nennt; das deutsche Product enthält sehr oft eine starke Beimengung von dem, welches von den HH. Henry und Delondre entdeckt wurde. Man wird in meiner Abhandlung alle erforderlichen Details über die Eigenschaften und die Zusammensetzung der beiden Chinidine finden.

Ich bemerke hier blofs, um sie sogleich zu charakterisiren, dafs das eine von ihnen, für welches ich den Namen *Chinidin* beibehalte, wasserhaltig, efflorescirend, und mit dem *Chinin isomer ist*, dafs es die Polarisationssebene rechts ablenkt und die Eigenschaft besitzt, sich bei successivem Zusatz von Chlor und Ammoniak grün zu färben. Die andere Base, welcher ich den Namen *Cinchonidin* gebe, ist wasserfrei, *isomer mit dem Cinchonin*, lenkt die Polarisationssebene links ab, und besitzt nicht die eben erwähnte Eigenschaft des Grünwerdens. Diese überwiegt gegenwärtig in dem käuflichen Product. Setzt man frisch krystallisirtes Cinchonidin der heifsen Luft aus, so ist es immer leicht zu erkennen, ob es Chinidin enthalte. Alle Krystalle dieser letzten Base effloresciren sogleich unter Beibehaltung ihrer Form und stechen matt weifs gegen die klar gebliebenen Cinchonidinkrystalle ab. Man kann auch zu der Eigenschaft des Grünwerdens durch Chlor und Ammoniak seine Zuflucht nehmen.

Kurz es giebt in den Chinarinden hauptsächlich vier Alkalien: Chinin, Chinidin, Cinchonin und Cinchonidin.

§. IV. *Wirkung der Wärme auf das Chinidin und das Cinchonidin.* — Die beiden neuen Basen Chinidin und Cinchonidin habe ich der Wirkung einer mässigen Wärme ausgesetzt, wie ich es beim Chinin und Cinchonin that, und bin dabei zu genau denselben Resultaten gelangt. Die beiden neuen Basen nämlich verwandeln sich, Gewicht für Gewicht, mit derselben Leichtigkeit und unter denselben Umständen in ihre isomere Basen, wie es die Chinin- und Cinchoninsalze thun. Allein überdies, und das ist ohne Widerrede eine der wesentlichsten Thatsachen dieser Arbeit, sind die beiden durch Umwandlung des Chinidins und des Cinchonidins erhaltenen neuen Basen identisch, die erste mit dem Chinicin und die zweite mit dem Cinchonicin. Solchergestalt gelangen wir zu dem folgenden merkwürdigen Schlufs: von den vier hauptsächlich in den Chinarinden enthaltenen Basen, Chinin, Chinidin, Cinchonin und Cinchonidin, lassen sich die beiden ersteren, Ge-

wicht für Gewicht, in eine neue Base, das Chinicin, umwandeln, was beweist, daß beide nothwendig isomer sind; und die beiden andern verwandeln sich unter denselben Umständen in eine zweite Base, das Cinchonin, was ebenfalls beweist, daß sie ihrerseits auch nothwendig isomer seyn müssen.

Die Molecularbeziehungen, auf welche diese Resultate hindeuten, gewinnen einen neuen Charakter, wenn man das Drehvermögen der obigen sechs Basen vergleicht. Betrachten wir zunächst die drei Isomeren: Chinin, Chinidin und Chinicin. Das Chinin lenkt links ab, das Chinidin rechts, und beide bedeutend, das Chinicin lenkt auch rechts ab, aber in sehr schwachem Grade, verglichen mit dem Drehvermögen der beiden andern. Dieselben Verhältnisse zeigen sich bei den drei Isomeren: Cinchonin, Cinchonidin und Cinchonin. Das Cinchonin lenkt rechts ab, das Cinchonidin links, beide bedeutend, das Cinchonin dagegen lenkt sehr wenig rechts ab. Die logischste, ich möchte sagen, die gezwungene Auslegung dieser Resultate ist folgende. Das Chininmolekül ist doppelt, gebildet aus zwei wirksamen Körpern, von welchen der eine stark links und der andere sehr schwach rechts ablenkt. Dieser letztere, stabil unter dem Einfluß der Wärme, widersteht einer isomeren Umwandlung, und indem er im Chinicin unverändert bleibt, giebt er diesem das schwache Drehvermögen nach rechts. Der andere, dagegen sehr wirksame Körper wird, wenn man das Chinin erhitzt und dieses in Chinicin übergeht, unwirksam. Auf solche Weise würde das Chinicin nichts Anderes seyn als Chinin, in welchem eine der wirksamen constituirenden Gruppe unwirksam geworden wäre. Das Chinicin wäre ebenso Chinidin, in welchem eine der wirksamen constituirenden Gruppe unwirksam geworden seyn würde. Allein im Chinidin drehte diese sehr wirksame Gruppe rechts, statt links, wie im Chinin, und immer vereinigt mit derselben rechten, wenig wirksamen und stabilen Gruppe, welche im Chinicin verbleibt, um ihn sein schwaches Drehvermögen nach rechts einzuprägen.

Was ich eben gesagt, könnte ich Wort für Wort wiederholen in Bezug auf die drei Isomeren: Cinchonin, Cinchonidin und Cinchonidin, welche respective wie ihre drei Verwandten (*congénères*) constituirt sind, denn sie bieten genau dieselben Relationen dar.

§. V. *Chinoïdin*. — Ich gehe nicht in das Detail der von mir über das Chinoïdin angestellten Versuche; allein es giebt einen Punkt, auf welchen ich die Aufmerksamkeit der Fabrikanten des schwefelsauren Chinins und der Compagnien, die in Amerika Chinarinden einsammeln lassen, hinlenken möchte. Das Chinoïdin ist immer ein Product der Veränderung der China-Alkalien. Es ist zweierlei Ursprungs. Es entsteht bei der Fabrikation des schwefelsauren Chinins und vor allem in den Wäldern der neuen Welt, wenn der Holzhauer die Rinde, nach Absonderung von dem Baum, in die Sonne stellt, um sie zu trocknen. Alsdann verändern und verwandeln sich die in den Rinden enthaltenen Chinin-, Cinchonin- u. s. w. Salze in harzige und farbige Stoffe, welche den gröfseren Theil des käuflichen Chinoïdins ausmachen. In der That habe ich gefunden, dafs, wenn man irgend ein Chinin- oder Cinchonin-Salz, in verdünnter oder concentrirter Lösung, auf einige Stunden der Sonne aussetzt, es sich bis zu dem Grade verändert, dafs die Flüssigkeit eine ungemein dunkle rothbraune Farbe annimmt. Diese Veränderung ist übrigens von gleicher Natur wie die, welche es unter dem Einflufs einer höheren Temperatur erleidet. Ich glaube also, dafs man beträchtliche Verluste von Chinin, Cinchonin u. s. w. vermeiden und die fernere Gewinnung dieser Basen erleichtern würde, wenn man die Vorsicht träfe, die Chinarinden nach ihrer Abschälung gegen das Licht zu schützen und im Dunklen zu trocknen. Der Chininfabrikant hätte ebenso jede lebhafte Lichtwirkung zu vermeiden.

XII. *Umwandlung der Weinsäure in Traubensäure. Entdeckung von unwirksamer Weinsäure. Neue Methode der Zerlegung von Traubensäure in Rechts- und in Linksweinsäure;*
von Hrn. L. Pasteur.

(*Compt. rend. T. XXXVII. p. 162.*)

In der Arbeit, welche ich die Ehre hatte am letzten Montag der Akademie vorzulegen, zeigte ich, daß alle Cinchonin-, Chinin-, Chinidin- und Cinchonidin-Salze sich durch Erwärmung umwandeln lassen in Salze von Chinicin und Cinchoninicin, zwei neuen organischen Basen, die respective isomer sind mit Chinin, Chinidin, Cinchonin und Cinchonidin. Bedient man sich beim Studium dieser isomeren Umwandlungen der weinsäuren Salze obiger Basen, und setzt die Wirkung der Wärme über den Punkt fort, welcher Cinchoninicin und Chinicin liefert, so gelangt man dahin, daß sich der modificirende Einfluß auf die Weinsäure selber wirkt. Um die Ideen zu fixiren, wollen wir ausschließlich das weinsäure Cinchonin betrachten. Dieses Salz, einer allmählig wachsenden Temperatur ausgesetzt, wird zunächst weinsäures Cinchoninicin. Führt man mit dem Erhitzen fort, so verändert sich das Cinchoninicin; es verliert Wasser, färbt sich und verwandelt sich in Chinoïdin. Andererseits erleidet die Weinsäure wichtige Veränderungen, und nach fünf bis sechs Stunden einer anhaltenden Temperatur von 170° C. ist ein Theil derselben zu Traubensäure geworden. Man zerbricht die Phiole und behandelt die darin enthaltene schwarze harzige Masse zu wiederholten Malen mit siedendem Wasser, filtrirt die Flüssigkeit nach dem Erkalten und fügt Chlorcalcium in Ueberschuß hinzu, wodurch sogleich alle Traubensäure als traubensaurer Kalk niederfällt, aus welchem sich die Traubensäure leicht darstellen läßt.

Die Hauptrolle, welche das Cinchonin bei dieser Opera-

tion spielt, besteht darin, daß es der Weinsäure ein wenig Stabilität verleiht und ihr gestattet, ohne Zersetzung eine Temperatur zu ertragen, welche sie im freien Zustand rasch verändert haben würde. Das Cinchonin und Cinchonidin, als auf das polarisirte Licht einwirkende Substanzen, spielen bei dieser Umwandlung keine Rolle. Der Weinäther z. B., obgleich eine Verbindung der Weinsäure mit einem unwirksamen Körper, liefert, weil er eine hohe Temperatur ohne Zersetzung ertragen kann, bei der Erwärmung ebenfalls bedeutende Mengen von Traubensäure.

Die somit künstlich erhaltene Traubensäure ist in allen ihren physikalischen und chemischen Eigenschaften vollkommen identisch mit der natürlichen Traubensäure. Besonders besitzt sie die wichtige Eigenschaft, daß sie in Rechts- und Links-Weinsäure zerlegbar ist, welche Säuren in ihren Salzverbindungen ein gleich großes, aber entgegengesetztes Drehvermögen zeigen.

Diese Zerfällung der künstlichen Traubensäure in Rechts- und Links-Weinsäure führt uns zu dem Schluss, daß die gewöhnliche Rechts-Traubensäure künstlich umgewandelt werden könne in ihr Umgekehrtes, die Links-Traubensäure; — eine ungemein merkwürdige Folgerung, wenn man sie verknüpft mit der merkwürdigen Thatsache, die ohne Zweifel dereinst ihre Erklärung finden wird, daß niemals, unter keinen Umständen, aus einem unwirksamen Körper ein auf das polarisirte Licht wirkendes Product gemacht worden ist, während fast alle von der Natur im pflanzlichen Organismus hervorgebrachte Substanzen dissymmetrisch sind nach Art der Weinsäure.

Was dieser Thatsache der Umwandlung von Weinsäure in Traubensäure noch eine besondere Originalität verleiht, ist der von mir nachgewiesene Umstand, daß unter denselben Bedingungen die Links-Traubensäure ihrerseits in Traubensäure übergeht. Welch seltsame Gefügigkeit findet sich in den natürlichen organischen Verbindungen offenbart! Ein Verein von dissymmetrischen rechten und linken Molekülen verwandelt sich zur Hälfte, durch bloßen Einfluß einer

höheren Temperatur, in umgekehrte Moleküle, die, einmal erzeugt, sich mit den ersteren verbinden.

Lange Zeit hielt ich die Erzeugung von Traubensäure aus Weinsäure für unmöglich. Ich sagte mir nämlich: die Traubensäure ist eine Verbindung von Rechts und Linksweinsäure. Das Problem der Umwandlung der Rechtsweinsäure in Traubensäure ist also dasselbe wie das der Umwandlung der Rechtsweinsäure in Linksweinsäure. Aber alles, was man mit der Rechtssäure vornimmt, nimmt man auch unter gleichen Umständen mit der Linksäure vor. Wenn also irgend eine Operation die Rechts- in Linksäure verwandelte, so würde dieselbe Operation die Links- in Rechtssäure überführen. Die Umwandlung scheint also unmöglich. Man kann höchstens zu einer unwirksamen Säure gelangen.

Glücklicherweise hat die Erfahrung diese theoretischen Deductionen als falsch erwiesen. Wie dem aber auch seyn möge, sie dienten mir als Führer, und wie wenig ich auch geneigt war nach der Umwandlung der Weinsäure in Traubensäure zu suchen, so sehr habe ich die Versuche vervielfältigt, um zur unwirksamen Weinsäure zu gelangen. Nicht bloß, daß mir die Existenz derselben aus theoretischen Gründen wahrscheinlich schien, kannte ich auch den innigen Zusammenhang zwischen Weinsäure und Apfelsäure, und hatte früher sogar unwirksame Apfelsäure erhalten. Gerade beim Suchen nach der unwirksamen Weinsäure fand ich nun die Traubensäure. Allein sonderbarer- und sehr glücklicherweise lieferte mir dieselbe Operation auch sehr bedeutende Mengen von der unwirksamen Weinsäure selbst. Mit anderen Worten, ich erhielt zugleich mit der Traubensäure eine Weinsäure, die durchaus keine Wirkung auf das polarisirte Licht ausübte und, unter denselben Umständen wie die Traubensäure, niemals in Rechts- und Linksweinsäure zerlegbar war, eine ungemein sonderbare Säure, die vollkommen krystallisirt und Salze giebt, die an Schönheit ihrer Form weder den weinsäuren, noch den traubensäuren Salzen nachstehen. Ich habe vorhin gesagt,

dafs, wenn man das mehre Stunden auf 170° C. erhitze weinsäure Cinchonin mit Wasser behandelt und darauf Chlorcalcium hinzugesetzt hat, die auf Kosten der Weinsäure gebildete Traubensäure sich als traubensaurer Kalk niederschlägt. Filtrirt man, um letzteren abzuscheiden, die Flüssigkeit sogleich, so setzt sich nach 24 Stunden eine neue Krystallisation ab, die unwirksamer weinsaurer Kalk ist, aus welchem man die unwirksame Weinsäure leicht darstellen kann.

Endlich habe ich gefunden, dafs in vorstehender Operation die unwirksame Weinsäure nur auf Kosten der schon gebildeten Traubensäure entsteht. Diefs geht daraus hervor, dafs, wenn man traubensaures Cinchonin einige Stunden in 170° C. erhält, ein bedeutender Theil sich in diese selbe unwirksame Weinsäure verwandelt.

Die Chemie findet sich also gegenwärtig im Besitz von vier Weinsäuren: Die Rechtssäure, die Linkssäure, die Verbindung beider oder die Traubensäure und die unwirksame Säure, die weder rechts, noch links ist, auch nicht aus einer Verbindung von rechts und links besteht. Diefs ist die gewöhnliche Weinsäure, die *entzwirnte* (*détordu*), wenn ich mich dieses Ausdrucks bedienen darf, der meine Ansicht roh (*grossièrement*) bezeichnet und vielleicht weiter als sie geht, denn man kann beim Studium dieser schwierigen Aufgaben nicht Vorsicht genug anwenden. Sicherlich ist diese Reihe von vier isomeren Weinsäuren ein Typus, dem sich in der Folge noch viele andere anreihen werden.

Man könnte indess fürchten, dafs bei den ferneren Anwendungen dieser neuen Resultate sich eine ernstliche Schwierigkeit erhöhe. Um nämlich von der Rechtssäure zur Linkssäure zu gelangen, mufs man durch die Verbindung beider, die Traubensäure, gehen, und diese dann zerfallen. Allein welchen Zerfällungsprocefs habe ich für die Traubensäure angewandt? Die Akademie wird sich dessen erinnern: Ich bilde das Doppelsalz von Natron und Ammoniak. Die entstehenden Krystalle sind zweierlei Art und

werden mechanisch nach dem Charakter ihrer hemiëdrischen Form gesondert. Hierin liegt nichts Allgemeines. Die Zerfällung bietet sich hier als ein Zufall dar. Es ist ohne Zweifel ein sehr sonderbares Phänomen, von dem man aber keine nähere Ursache sieht. Ueberdies ist es bloß ein einziges traubensaures Salz, welches dieser Zerfällung fähig ist; folglich würde man in einer anderen Reihe als die Weinsäure-Reihe eine neue Traubensäure erhalten, bei welcher man, sehr wahrscheinlich, auf die unübersteigliche Schwierigkeit, sie zu zerfällen, stoßen würde, und das Umgekehrte des Products, von dem man ausgegangen, um sie zu erhalten, würde unbekannt bleiben. Das war noch unlängst der Zustand der Aufgabe; allein neuerlich bin ich zu einem Verfahren der Zerfällung der Traubensäure gelangt, das nicht mehr manuell und mechanisch, sondern chemisch ist, auf ganz allgemeinen Thatsachen beruht.

In der der Akademie vor einem Jahre überreichten Arbeit habe ich nämlich gezeigt, daß die absolute Identität der physischen und chemischen Eigenschaften der nicht sich deckenden rechten und linken Körper zu existiren aufhört, sobald man diese Producte mit wirksamen Körpern zusammenbringt. So sind die rechts- und linksweinsäuren Salze eines selben wirksamen organischen Alkalis ganz verschieden in ihren Krystallformen, ihrer Löslichkeit u. s. w.; es war also zu hoffen, daß man diese Unähnlichkeit werde benutzen können, um die beiden die Traubensäure zusammensetzenden Weinsäuren zu isoliren. Diesen Dienst haben mir nach vielen fruchtlosen Versuchen mit verschiedenen Alkalien die beiden Basen Chinicin und Cinchonin geleistet. Wenn man z. B. traubensaures Cinchonin bereitet, geschieht es bei einer gewissen Concentration der Flüssigkeit immer, daß die erste Krystallisation zum größeren Theile aus linksweinsäurem Cinchonin besteht. Das rechtsweinsäure Salz bleibt in der Mutterlauge. Ein ähnliches Resultat erhält man mit dem Chinicin, nur daß hiebei das rechtsweinsäure Salz sich zuerst ausscheidet. Wenn man also in einem organischen Product eine binäre

Constitution analog wie die der Traubensäure vermuthet, so muß man dessen Zerfällung versuchen, dadurch, daß man es mit einem activen Product zusammenbringt, welches durch die nothwendige Unähnlichkeit der Eigenschaften der Verbindungen, welche es mit dem Componenten der complexen Gruppe zu bilden fähig ist, die Trennung dieser letzteren erlaubt.

XIII. *Notiz über die latente und specifische Wärme des Eises.*

Suum cuique.

Die latente Wärme des Eises ist der Gegenstand mehrfacher Untersuchungen gewesen, ihr numerischer Werth indeß ziemlich verschieden ausgefallen. So erhielt Black die Zahl 80, Wilcke 72, Laplace und Lavoisier 75. Die letztere Zahl galt lange für die richtigere, bis Regnault, so wie Provostaye und Desains sie als fehlerhaft bezeichneten und durch ihre Versuche 79,1 fanden. Indefs hat Person gezeigt, daß auch diese Zahl etwas zu klein ist, und der wahre Werth = 80 gesetzt werden muß, wodurch wir also auf den zuerst von Black gefundenen zurückgekommen sind.

Es giebt indeß über die latente und specifische Wärme des Eises eine Untersuchung, welche ich niemals in physikalischen Schriften angeführt gefunden habe und doch verdient, der Vergessenheit entrissen zu werden, nämlich die von Joh. Gadolin in den *Nov. Act. Reg. Soc. Upsal. Vol. V.* Zwar können die einzelnen Versuche nicht mit den neueren an Genauigkeit wetteifern, aber dieß wird in bedeutendem Maasse ersetzt durch ihre große Anzahl, die nicht weniger als 184 beträgt, und überdies hat selbst die Beobachtungsweise eigene Vorzüge.

Gadolin wandte bei seinen Versuchen zwei Gefäße von verschiedener Größe an, und mengte abwechselnd bald das warme Wasser zum Schnee, bald den Schnee zum warmen Wasser. Dadurch gewann er den Vortheil, daß der mögliche Fehler in dem Wärme-Aequivalent des Gefäßes zum guten Theil aus dem Mittelwerth der Beobachtungen herausfiel. Diefes gilt auch vom Wärme-Aequivalent des Thermometers, welches, da seiner in der Abhandlung nicht erwähnt wird, wahrscheinlich nicht in Rechnung gezogen ward. Da der Schnee immer sehr nahe die Temperatur des Zimmers hatte, so erforderte diefes eine Berichtigung wegen der Strahlung. Diese brachte Gadolin auf die Weise an, daß er die Temperatur des Gemenges am Ende jeder Minute, während der ersten 8 bis 9 Minuten, beobachtete, und daraus die wirkliche Temperatur für den Vermengungs-Augenblick berechnete. Zwei Umstände können indess diese Berechnungsweise minder zuverlässig machen. Der eine ist: daß, wenn innerhalb der ersten Minuten die Temperatur des Gefäßes von der des Schnees oder des warmen Wassers auf die des Gemenges steigt oder fällt, die Strahlung in den ersten Minuten nicht ganz analog der in den folgenden ist. Der andere, aber dem ersten entgegenwirkende Umstand besteht darin, daß, in Folge der vermuthlich geringen Empfindlichkeit der Thermometer, die Mengungstemperatur, wenn der Schnee zum warmen Wasser gesetzt wurde, etwas zu hoch, und im umgekehrten Fall, etwas zu niedrig beobachtet wurde. Indess verschwinden alle diese Fehler größtentheils in den Beobachtungsmitteln. Fehler in der Graduirung der Thermometer scheint man gar nicht befürchten zu brauchen, da die Temperaturen in Hundertelgraden angegeben sind, das warme Wasser von 19° bis 50° und das Gemenge von 1° bis 13° schwankte. Es bleibt indess die Zuverlässigkeit in der Temperatur des warmen Wassers zu bestimmen übrig, und zu geben muß man auch, daß die Erhitzung mit der Wein-geistlampe in dieser Hinsicht keine volle Bürgschaft gewährt. Ich finde indess keinen Grund, welcher zu der

Annahme berechnete, daß diese Bestimmungen mit einem gemeinsamen constanten Fehler behaftet wären. Bei Zusetzung des Wassers zum Schnee könnte man möglicherweise einen Wärmeverlust vermuthen, aber dieser dürfte für die kurze Zeit der Erkaltung nicht bedeutend seyn. Die Menge der Beobachtungen würde daher die geringere Genauigkeit in der Bestimmung der Temperatur des Wassers ersetzen können: Gadolin vertheilte seine Beobachtungen in 15 Gruppen, und erhielt so, wenn t = Mitteltemperatur des Schnees, und $c = 0,5241$, die specifische Wärme des Schnees, für die latente Wärme L :

t°	$L + ct^{\circ}$	L	t°	$L + ct^{\circ}$	L
— 0°,38	81°,45	81°,25	— 8°,42	85°,65	81°,23
— 1°,49	81°,95	81°,21	— 9°,48	86°,08	81°,12
— 2°,48	82°,61	81°,31	— 10°,55	86°,76	81°,23
— 3°,59	83°,22	81°,33	— 11°,44	86°,91	80°,90
— 4°,47	83°,32	80°,98	— 12°,53	87°,78	81°,22
— 5°,48	84°,04	81°,17	— 14°,05	88°,72	81°,36
— 6°,62	84°,32	80°,85	— 17°,45	90°,57	81°,43
— 7°,66	85°,25	81°,23			81°,19.

Da indess die Beobachtungen in den vorstehenden 15 Gruppen auf zweierlei Weisen und mit zwei ungleich großen Gefäßen angestellt wurden, sie also vier besondere Reihen bilden, so habe ich es für interessant gehalten, jede Reihe für sich zu berechnen, damit man deren Genauigkeit näher beurtheilen könne. Dabei erhielt ich, wenn die Mengung geschah:

	t°	$L + ct^{\circ}$	L	Anzahl d. Beob.
im großen Gefäß und im Schnee	— 8°,54	85,613	81,133	48
„ „ „ „ „ Wasser	— 8°,22	85,365	81,058	38
im kleinen Gefäß und im Schnee	— 8°,22	85,446	81,224	59
„ „ „ „ „ Wasser	— 7°,17	84,825	81,068	39
		Mittel	81,119.	

Wie man sieht, gaben die Mengungen im Schnee einen etwas größeren Werth, was, nach dem zuvor Angeführten, seinen Grund haben kann in der Vernachlässigung des

Aequivalent des Thermometers, in dessen mangelhafter Empfindlichkeit oder in einem geringen Wärmeverlust beim Zugiefsen des Wassers. Indefs sind die Unterschiede nicht gröfser, als dafs sie nicht auch möglichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden könnten; und da der constante Fehler, wenn er sich findet, sich nothwendig in den vier Reihen ungleich äufsern müfste, so scheint der erhaltene Werth 81,1 alles Zutrauen zu verdienen. Es fragt sich nun: Sind die specifischen Wärmen des Eises und des Schnees verschieden oder ist Person's Zahl noch zu klein? Gadolin fand keinen Unterschied, der Schnee mochte von feinsten Textur (*subtilissimae texturae*) oder körnig seyn.

In derselben Abhandlung findet Gadolin für Wachs

$$c = 0,5318 \text{ und } L = 39,290$$

und schliest daraus, die Annahme eines absoluten Nullpunkts, nach Crawford, sey unhaltbar, weil derselbe für das Wasser auf $-170^{\circ},6$ und für das Wachs auf $-480^{\circ},3$ zu liegen komme.

Upsala.

Ångström.